Oleg ARKHIPOFF
Administrateur
à l'Institut National
de la Statistique
et des Etudes Economiques

QUELQUES CONSIDÉRATIONS SUR L'ÉQUATION DE FISHER

Exemples malgaches et étrangers

« Un écu chez un pauvre ou un très menu commerçant fait cent fois plus d'effet ou plutôt de revenu que chez un riche par le renouvellement continuel et journalier que fait cette modique somme chez l'un, ce qui n'arrive pas à l'égard de l'autre dans les coffres duquel des quantités bien plus grandes d'argent demeurent des mois et des années entières, oiseuses et par conséquent inutiles ».

P. DE BOISGUILBERT (1707).

Nous nous proposons dans ce qui suit d'analyser l'équation des échanges, ou équation de Fisher, bien connue. Cette analyse sera constamment guidée par un souci de mesurer (ou tout au moins de pouvoir théoriquement mesurer) les grandeurs dont nous parlerons, car une grandeur économique qui échappe à la mesure n'est pas aisément utilisable. De plus, ce souci oblige à préciser ce dont on parle et, par là même, fait apparaître les hypothèses implicites sous-jacentes et les difficultés qu'elles suscitent.

Rappelons brièvement ce qu'est l'équation des échanges. Fisher commence d'abord par poser $MV = \Sigma\, p_i q_i$ (M : masse monétaire — V : vitesse de circulation, c'est-à-dire nombre de fois où l'unité monétaire change de main au cours d'une période donnée — q_i : quantité de bien ou service i échangée au prix p_i au cours de cette même période), puis, passant au second membre, pose $MV = PQ$ où P désigne un indice pondéré de prix. Les critiques de cette équation portent sur M : monnaie métallique — fiduciaire — scripturale ? — sur V considérée comme le fruit d'une tautologie — sur l'interaction entre P et M : on admet souvent que l'équation de Fisher ne commence réellement qu'au moment où, dans l'équation *comptable* $MV = PQ$, on suppose qu'une variation de M entraîne une variation concommitante de P ; or, on a remarqué que si, au cours de certaines périodes, des afflux d'or ont été corrélatifs d'une hausse généralisée des prix (critiques favorables), au cours de certaines autres, par contre, les variations de M semblaient indépendantes et parfois contraires de celles de P, mesurées par indices (critiques défavorables) ; une conclusion générale fréquente est la suivante : MV = PQ est une équation comptable mais insuffisante pour décrire le comportement du couple (M, P). Nous reprendrons toutes ces critiques en en faisant d'autres et nous essaierons d'y apporter des réponses (souvent nuancées).

1. — Schéma de la vitesse moyenne

Considérons le modèle simple suivant :

Soient M unités monétaires toutes *discernables* et individualisées. Au cours d'une durée élémentaire choisie convenablement, chacune de ses unités ne peut être *active* qu'une seule fois. La période étudiée vaut k durées élémentaires. La masse des unités monétaires actives au cours de la durée élémentaire j est désignée par m_j et, enfin, au cours des k durées élémentaires l'unité monétaire a été active v_i fois, v_i étant, par définition, la vitesse de l'unité i (étant bien entendu que l'on doit préalablement définir ce que l'on entend par *activité* de la masse monétaire : changement de propriété, utilisation pour l'achat de biens sur le marché, etc.).

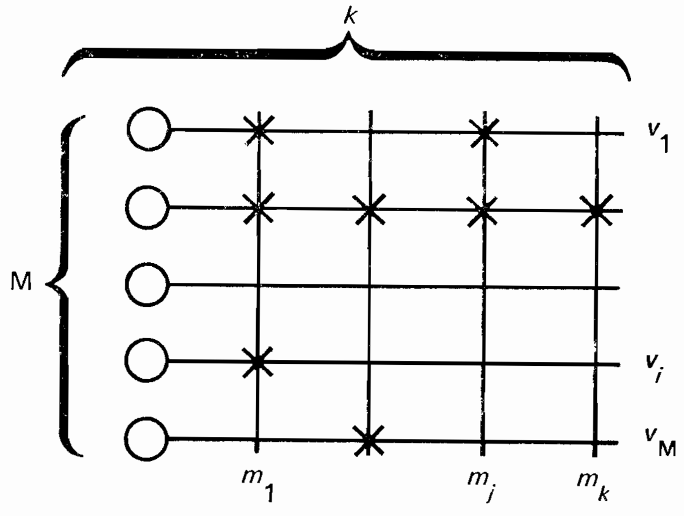


Figure 1

Nous avons évidemment $\sum_{j=1}^{k} m_j = \sum_{i=1}^{M} v_i = T_M$

T_M représentant le fruit de l'activité de la masse monétaire M et que nous appelerons, faute de mieux, transactions effectuées à l'aide de M. Ce modèle peut se prêter aisément à une analyse probabiliste : en effet, en considérant les espérances mathématiques ou « moyennes », nous pouvons écrire :

$$\sum_{1}^{k} E(m_j) = \sum_{1}^{M} E(v_i) = E(T_M)$$

Si l'on pose l'hypothèse $E(m_j) = m$, $E(v_i) = v$ quels que soient j et i, alors $km = Mv = E(T_M)$,

$$\boxed{v = \frac{E(T_M)}{M}} \quad (1) \text{ et } \quad \boxed{kp = v} \quad (2)$$

$$\text{où} \quad p = \frac{m}{M} = E(p_j) \quad \text{avec } p_j = \frac{m_j}{M}$$

Les relations (1) et (2) nous donnent deux méthodes d'évaluation de la vitesse moyenne des M unités monétaires. Remarquons que l'on peut poursuivre cette analyse probabiliste en considérant la loi de probabilité ou les lois régissant l'activité de l'unité monétaire. On peut essayer d'étudier la question de la variance ce qui permet d'utiliser l'inégalité de Tchebychev etc. (L'inégalité de Tchebychev apporte une réponse au reproche d'arbitraire que l'on peut faire au schéma de la vitesse moyenne en y introduisant des unités monétaires totalement inactives au cours de la période étudiée). Donnons un exemple simple (*qui n'est certainement pas réel*) : supposons les M unités indépendantes et suivant toutes une *même* loi de probabilité au cours du temps. On trouve alors :

$$\Sigma \, Var(m_j) = \Sigma \, Var(v_i) = Var(T_M)$$

$$\frac{\bar{O}_m^2}{m} = \frac{\bar{O}_v^2}{v} = \frac{Var(T_M)}{E(T_M)}$$

$$\text{avec } Var(m_j) = \bar{O}_m^2 \qquad Var(v_i) = \bar{O}_v^2$$

De plus, T_M suit une loi normale et si l'on définit l'activité comme l'utilisation de l'unité pour l'achat du bien i (p_i ; q_i) (ou d'un ensemble de biens i, mais il faut alors supposer de plus l'indépendance en probabilité des quantités $p_i.q_i$ entre elles), $p_i.q_i$ suit une loi normale et p_i suit une ou certaines des lois qui par composition multiplicative avec celle(s) de q_i donnent une loi normale.

Nous allons immédiatement appliquer les formules (1) et (2) à un exemple malgache.

Exemple 1. — Fonctionnement des Comptes de Chèques Postaux malgaches.

Nous nous proposons d'évaluer la vitesse mensuelle des Comptes de Chèques Postaux de Madagascar. Précisons un peu le mode de calcul : **la durée élémentaire adoptée est la journée. C'est d'ailleurs la journée que nous adopterons dans la suite de cet article** : hypothèse très raisonnable, les vacations bancaires étant généralement journalières et, en ce qui concerne la vitesse des espèces, fort heureusement, on ne dépense pas immédiatement le jour même de la paie, tout ce que l'on gagne. Evidemment, si l'activité est définie comme le changement de propriété au cours d'une partie de poker, la durée devra être prise bien inférieure à la journée ! Les formules (1) et (2) postulent M constant ce qui n'est évidemment pas le cas mais nous négligerons les variations qui sont relativement de faible amplitude. Cette première entorse à la théorie étant faite, nous n'hésiterons pas à évaluer $E(T_M)$ par T_M dans la formule (1) qui est celle que nous utiliserons. Pour M nous prendrons les avoirs en fin de mois (nous aurions pu tout aussi bien les prendre en début de mois, ou une moyenne de ces avoirs). La durée k serait prise égale à 30 (*a*) si nous utilisions la formule (2) : il aurait été alors nécessaire de prendre les avoirs en début de vacation.

Les résultats de 1952 à 1963 sont donnés dans le tableau 1 ci-dessous. L'année a été obtenue par sommation des vitesses mensuelles (chiffres entre parenthèses) ou par division des débits annuels par les avoirs annuels moyens.

TABLEAU 1

Comptes de chèques postaux de Madagascar : avoirs, débits des comptes et vitesse par mois et par an de 1952 à 1963.

Avoirs et débits en millions de FMG.

Période	Avoir	Débits totaux	Vitesse
1952 Janvier	571	1.201	2,10
Février	617	934	1,51
Mars	654	1.105	1,69
Avril	692	1.269	1,83
Mai	716	1.364	1,91
Juin	730	1.176	1,61
Juillet	716	1.372	1,92
Août	754	1.433	1,90
Septembre	797	1.335	1,68
Octobre	860	1.442	1,68
Novembre	942	1.285	1,36
Décembre	1.051	1.678	1,60
Année	**Moyenne** : 758,3	**15.594**	**20,56 (20,79)**

(*a*) A vrai dire le nombre de vacations au cours du mois est toujours inférieur à 30.

TABLEAU I (suite)

Comptes de chèques postaux de Madagascar : avoirs, débits des comptes et vitesse par mois et par an de 1952 à 1963

Avoirs et débits en millions de FMG.

Période		Avoir	Débits totaux	Vitesse
1953	Janvier	1.165	1.375	1,18
	Février	1.228	1.292	1,05
	Mars	563	2.169	3,85
	Avril	612	1.492	2,44
	Mai	628	1.516	2,41
	Juin	576	1.853	3,22
	Juillet	580	1.776	3,06
	Août	636	1.762	2,77
	Septembre	716	1.928	2,69
	Octobre	646	2.089	3,23
	Novembre	546	1.852	3,39
	Décembre	788	2.067	2,62
	Année	**723,7**	**21.171**	**29,25 (31,91)**
1954	Janvier	772,9	1.683	2,18
	Février	616,5	1.800	2,92
	Mars	645,5	1.832	2,84
	Avril	609,2	1.833	3,01
	Mai	609,1	1.850	3,04
	Juin	689,6	2.043	2,96
	Juillet	680,8	2.310	3,39
	Août	724,3	2.236	3,09
	Septembre	803,4	2.290	2,85
	Octobre	863,4	2.442	2,83
	Novembre	875,8	2.253	2,57
	Décembre	781,3	2.849	3,65
	Année	**Moyenne : 722,7**	**25.421**	**35,17 (35,33)**
1955	Janvier	854,1	1.430,6	1,67
	Février	857,6	1.486,2	1,73
	Mars	834,6	1.606,6	1,92
	Avril	757,6	1.524,1	2,01
	Mai	714,2	1.435,4	2,01
	Juin	775,1	1.679,6	2,17
	Juillet	759,9	1.749,8	2,30
	Août	758,2	1.815,4	2,39
	Septembre	834,2	2.027,3	2,43
	Octobre	879,0	1.942,4	2,21
	Novembre	1.171,6	2.227,8	1,90
	Décembre	1.123,9	2.200,6	1,96
	Année	**Moyenne : 860,0**	**21.125,8**	**24,56 (24,70)**

TABLEAU 1 (suite)

Comptes de chèques postaux de Madagascar : avoirs, débits des comptes et vitesse par mois et par an de 1952 à 1963

Avoirs et débits en millions de FMG.

Période	Avoir	Débits totaux	Vitesse
1956 Janvier	1.153,0	1.873,4	1,62
Février	1.096,0	1.919,1	1,75
Mars	989,4	2.286,3	2,31
Avril	994,4	1.962,7	1,97
Mai	1.024,6	2.162,9	2,11
Juin	1.075,6	2.377,0	2.21
Juillet	1.106,9	2.535,3	2,29
Août	1.091,2	2.496,0	2,29
Septembre	1.045,8	2.697,7	2,58
Octobre	1.076,9	3.023,4	2.81
Novembre	1.070,1	2.831,3	2,65
Décembre	1.334,7	3.155,7	2,36
Année	**Moyenne : 1.088,2**	**29.320,8**	**26,94 (26,95)**
1957 Janvier	1.355,5	2.823,8	2,08
Février	1.257,9	2.989,6	2,38
Mars	1.229,3	2.682,5	2,18
Avril	1.265,6	2.712,6	2,14
Mai	1.239,4	2.801,5	2.26
Juin	1.275,2	2.812,1	2,21
Juillet	1.342,0	3.333,5	2,48
Août	1.388,9	3.716,5	2,68
Septembre	1.379,0	3.563,2	2,58
Octobre	1.326,6	3.438,3	2,59
Novembre	1.684,7	4.003,7	2,38
Décembre	1.674,0	4.191,3	2,50
Année	**Moyenne : 1.368,2**	**39.068,6**	**28,55 (28,46)**
1958 Janvier	1.756,8	3.832,5	2,18
Février	1.724,5	3.343,2	1,94
Mars	1.637,4	3.591,9	2.19
Avril	1.422,2	3.547,5	2,49
Mai	1.376,4	4.897,6	3,56
Juin	1.633,2	4.337,0	2.66
Juillet	1.677,5	4.102,2	2,45
Août	1.618,6	3.608,2	2,23
Septembre	1.592,1	4.227,7	2,66
Octobre	1.600,0	4.066,2	2,54
Novembre	2.009,7	4.572,4	2,28
Décembre	1.957,2	4.222,3	2,16
Année	**Moyenne : 1.667,1**	**48.348,7**	**29,00 (29,34)**

TABLEAU I (suite)

Comptes de chèques postaux de Madagascar : avoirs, débits des comptes et vitesse par mois et par an de 1952 à 1963

Avoirs et débits en millions de FMG.

Période		Avoir	Débits totaux	Vitesse
1959	Janvier	2.006,1	4.455,1	2,22
	Février	1.936,2	3.931,0	2,03
	Mars	1.890,0	4.412,1	2,33
	Avril	1.866,9	4.021,7	2,15
	Mai	2.181,2	4.158,2	1,91
	Juin	1.906,7	4.637,4	2,43
	Juillet	1.877,8	4.566,8	2,43
	Août	1.902,5	5.057,0	2,66
	Septembre	1.963,4	4.796,3	2,44
	Octobre	2.147,3	5.123,9	2,39
	Novembre	2.607,8	6.318,7	2,42
	Décembre	2.516,3	5.221,5	2,08
	Année	**Moyenne : 2.066,9**	**56.699,7**	**27,43 (27,49)**
1960	Janvier	2.525,1	4.511,1	1,79
	Février	2.527,5	5.144,7	2,04
	Mars	2.479,3	4.947,6	2,00
	Avril	2.380,9	4.567,1	1,92
	Mai	2.279,2	4.447,7	1,95
	Juin	2.082,2	4.913,2	2,36
	Juillet	1.945,7	4.160,7	2,14
	Août	2.041,6	5.197,0	2,55
	Septembre	2.001,2	5.082,8	2,54
	Octobre	1.961,9	4.309,1	2,20
	Novembre	2.400,9	5.154,0	2,15
	Décembre	2.605,1	5.537,8	2,13
	Année	**Moyenne : 2.269,2**	**57.972,8**	**25,55 (25,77)**
1961	Janvier	2.617,6	5.796,5	2,21
	Février	2.634,6	4.941,5	1,88
	Mars	2.504,5	5.512,3	2,20
	Avril	2.430,8	4.720,6	1,94
	Mai	2.239,2	5.146,1	2,30
	Juin	2.435,2	4.866,1	2,00
	Juillet	2.462,4	5.013,4	2,04
	Août	2.405,2	5.395,1	2,24
	Septembre	2.255,8	4.594,7	2,04
	Octobre	2.386,4	4.960,7	2,08
	Novembre	2.730,9	5.692,4	2,08
	Décembre	2.617,7	5.256,4	2,01
	Année	**Moyenne : 2.476,7**	**61.895,8**	**24,99 (25,02)**

TABLEAU I (suite)

Comptes de chèques postaux de Madagascar :
avoirs, débits des comptes et vitesse par mois et par an
de 1952 à 1963

Avoirs et débits en millions de FMG.

Période	Avoir	Débits totaux	Vitesse
1962 Janvier	3.030,7	6.461,5	2,13
Février	2.933,1	4.794,2	1,63
Mars	2.835,4	5.789,3	2,04
Avril	2.647,1	5.168,1	1,95
Mai	2.456,6	5.658,2	2,30
Juin	2.515,3	5.378,3	2,14
Juillet	3.024,6	6.575,4	2,17
Août	2.913,6	6.216,8	2,13
Septembre	3.123,3	5.935,2	1,90
Octobre	3.105,1	6.604,1	2,13
Novembre	3.586,0	7.281,3	2,03
Décembre	3.938,9	8.506,5	2,16
Année	**Moyenne : 3.009,1**	**74.368,9**	**24,71 (24,71)**
1963 Janvier	3.938,4	11.202,7	2,84
Février	3.915,0	7.196,7	1,84
Mars	3.739,4	7.686,9	2,06
Avril	3.695,5	5.043,4	1,36
Mai	3.474,4	6.265,6	1,80
Juin	3.342,9	6.144,0	1,84
Juillet	3.733,1	9.360,3	2,51
Août	3.287,0	6.717,8	2,04
Septembre	3.350,6	7.273,1	2,17
Octobre	3.709,2	7.572,2	2,04
Novembre	3.821,2	8.832,2	2,31
Décembre	3.654,1	7.113,6	1,95
Année	**Moyenne : 3.638,4**	**90.408,5**	**24,85 (24,76)**

Exemple 2. — Vitesse monétaire d'un agent économique à revenu périodique (la période étant égale à λ durées élémentaires).

Soit un agent économique possédant initialement un avoir A_0 et percevant au début de la période élémentaire i un revenu r_i et effectuant au cours de cette même période une dépense di. Voyons ce qui se passe au terme d'une période de durée λ et estimons la fréquence moyenne d'utilisation de l'avoir de cet agent. L'avoir At au début de la période i est :

$$A_i = A_0 + \sum_{j=1}^{i} r_j - \sum_{j=1}^{i-1} d_j$$

d'où :

$$p = \frac{\text{dépense moyenne}}{\text{avoir moyen}}$$

$$= \frac{d_1 + d_2 + \dots\dots + d_\lambda}{\lambda A_0 + [\lambda r_1 + (\lambda - 1) r_2 + \dots + r_\lambda] - [(\lambda - 1) d_1 + (\lambda - 2) d_2 + \dots + d_{\lambda - 1}]}$$

Supposons $r_2 = r_3 = \ldots\ldots = r_\lambda = 0 \quad r_1 = r$

Supposons $d_1 = d_2 = \ldots\ldots = d_\lambda = \frac{D}{\lambda} \quad A = A_0 + r$

et $D = A\,(1 - x)$, x étant le reflet de l'épargne acquise et de l'encaisse nécessaire à l'agent car $x = \frac{A - D}{A}$. De là s'ensuit que p_λ peut être estimée par :

$$\boxed{p_\lambda = \frac{2\ (1 - x)}{\lambda(1 + x) + (1 - x)}} \qquad (3)$$

et $v_\lambda = kp_\lambda$ par :

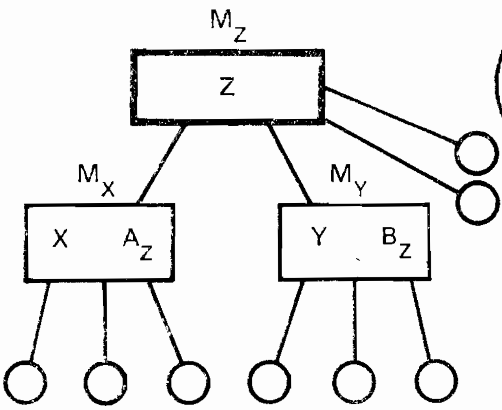
$$\boxed{v_\lambda = \frac{2\,k\,(1 - x)}{\lambda(1 + x) + (1 - x)}} \qquad (4)$$

Cette vitesse dépend donc de la durée λ séparant deux revenus successifs et de x, taux d'accumulation monétaire. Il est donc justifié de dire que v_λ est stable dans le temps et dépend des habitudes économiques de la collectivité.

Voyons numériquement l'importance de λ en supposant $x = 0$ pour simplifier :

				Vitesse annuelle
Journaliers, commerçants, etc.	$\lambda = 1$	$p = 1{,}000$,	$v_1 = 365$	
Payés à la semaine	$\lambda = 7$	$p = 0{,}250$,	$v_7 = 91$	»
Payés à la quinzaine	$\lambda = 14$	$p = 0{,}133$,	$v_{14} = 46$	»
Payés au mois	$\lambda = 30$	$p = 0{,}065$,	$v_{30} = 24$	»
Payés au trimestre (loyers par ex.).	$\lambda = 90$	$p = 0{,}022$,	v_{90} 8	»
Payés au semestre	$\lambda = 180$	$p = 0{,}011$,	$v_{180} = 4$	»
Payés à l'année (actionnaires et rentiers)	$\lambda = 365$	$p = 0{,}005$,	$v_{365} = 2$	»

Le graphique ci-dessous montre comment varie v en fonction de x pour λ fixé.



Les cercles symbolisent les comptes ouverts

Figure 2

On pourrait donc lutter contre un excès de monnaie circulante en agissant sur M, sur x (publicité en faveur de l'épargne, compte bloqués comme en Belgique après la guerre) et *sur* λ (*épargne déguisée et forcée*) *en espaçant les paiements à échéance fixe.*

Naturellement, tous les types de revenus coexistent et il s'agit, pour avoir une estimation de la vitesse v globale, d'agréger les v_λ. Un calcul simple montre qu'il est licite d'utiliser une moyenne des v_λ pondérée par les masses des avoirs A_λ détenus par les différentes catégories sociales, ce qui donne :

$$\bar{p} = \sum \left(\frac{A_\lambda}{\Sigma A_\lambda} \right) p_\lambda$$

Prenons un exemple théorique ; supposons que la collectivité comporte des salariés payés à la quinzaine, payés au mois, des « journaliers » et des « rentiers » avec les pondérations et taux d'accumulation monétaire x suivants : 0,25 — x_{15} = 0,1 ; 0,25 — x_{30} = 0,5 ; 0,25 — x_1 = 0,75 ; 0,25 — x_{365} = 0,75 — Dans cet exemple, la moitié de l'avoir monétaire est supposée détenue par les salariés). On trouve $v = 365 \times 0{,}09 = 33$ ($p_{15} = 0{,}10$, $p_{30} = 0{,}02$, $p_1 = 0{,}25$, $p_{365} \sim 0$).

Pour terminer, disons qu'il aurait été plus normal à première vue d'évaluer la fréquence p_λ en prenant la moyenne des fréquences mais les calculs seraient devenus trop lourds et auraient conduit à une formule inutilisable. Nous verrons une justification plus profonde de ce calcul dans une remarque faite au chapitre 7.

2. — Représentation géométrique de l'équation de Fisher

Après ce premier examen, voyons ce que l'on peut d'ores et déjà dire de l'équation MV = PQ. Le schéma de la vitesse moyenne conduit non à une identité comptable mais à une égalité en moyenne. D'autre part, le lecteur sent bien la difficulté qu'il y aurait à mesurer statistiquement le v afférent à des opérations monétaires du type PQ et que le v accessible à l'observation statistique (Comptes de chèques postaux par exemple) recouvrira aussi bien les opérations du type précédent que des opérations autres qui ne peuvent se mettre naturellement sous la forme xy, comme le versement à une caisse d'épargne, un don en espèce, un paiement de taxe, un virement sans changement de propriétaire d'un compte bancaire à un autre, un emprunt etc. (1).

L'égalité de Fisher est-elle réellement une identité comptable ? Non,

(1) L'écriture MV = PQ limitant les transactions à celles sur biens et services peut recevoir l'explication historique suivante : déjà pour P. de Boisguilbert « Consommation et revenu sont une seule et même chose, et la ruine de la consommation est la ruine du revenu » (Détail de la France, 1695) d'où tentative de mesurer le bien-être de la Nation par le Revenu National, somme de tous les revenus monétaires des nationaux. Idée reprise (et solidement basée sur la notion toute nouvelle, après l'ère physiocratique des « espèces d'utilité non attachées à aucun corps matériel ») dans la loi des débouchés de J.-B. Say.

à moins que les égalités de produits scalaires ne soient admises en comptabilité courante. En effet, cette égalité devrait s'écrire rigoureusement

$$\vec{M} \cdot \vec{V} = \vec{P} \cdot \vec{Q},$$

en considérant les vecteurs à M et n dimensions —

$\vec{V}$ $(v_1\ ; v_2\ ; \ldots . v_M)$; $\vec{P}$ $(p_1\ ; p_2\ ; \ldots . p_n)$; $\vec{Q}$ $(q_1\ ; q_2\ ; \ldots . q_n)$.

Cette représentation géométrique peu maniable est cependant pleine d'enseignements car elle explique clairement certaines « anomalies » de l'égalité de Fisher à savoir les prix ne variant pas comme M. En effet, soit une augmentation de $\vec{M}$ $\vec{V}$ (par augmentation de M par exemple) ; elle se répercute intégralement sur $\vec{P} \cdot \vec{Q}$. Le niveau des prix est toujours mesuré par des indices, le plus souvent à pondérations fixes du type $\Sigma \alpha^i p_i$ (1). Sans affirmer que les variations de $\Sigma\, \alpha^i\, p_i$ reflètent fidèlement celles de la longueur de $\vec{P}$ $\left(|\vec{P}| = \sqrt{p_1^2 + \ldots + p_n^2} \right)$, disons que l'indice varie dans le même sens que $|\vec{P}|$. On peut très bien concevoir que $\vec{P} \cdot \vec{Q}$ puisse varier sans que, par exemple, $|\vec{P}|$ varie, les variations étant compensées par $|\vec{Q}|$ ou par la rotation de $\vec{Q}$ ou de $\vec{P}$ (action de $\cos \theta = \cos(\vec{P}, \vec{Q})$). On pourrait même enregistrer une diminution de $|\vec{P}|$ avec une augmentation de $\vec{P} \cdot \vec{Q}$. On pourrait aussi imaginer de fortes hausses de prix ne se répercutant pas sur $\vec{P} \cdot \vec{Q}$. Remarquons de plus que les indices courants sont toujours spécialisés (prix de détail, prix de gros, etc.) ce qui rend plus lâche la liaison entre $|\vec{P}|$ et l'indice adopté et apporte une confirmation supplémentaire à ce qui vient d'être dit.

En résumé, l'indice peut, d'une part, constater que $|\vec{P}|$ varie différemment de $\vec{P} \cdot \vec{Q}$ par suite des variations de $\cos \theta$ et de $|\vec{Q}|$ d'autre part, ne pas être fidèle par suite de sa spécialisation (indice des prix de détail limité à une ville, indice des prix de gros etc.). **L'indice des prix pourra donc avoir ou ne pas avoir des variations dans le même sens que les variations de M.** Que s'est-il donc passé ? Des prix ont monté alors que d'autres ont monté moins vite, ont baissé ou sont restés station-

(1) Nous n'insisterons pas sur les indices mesurant Q : ce sont des indices de production et non de commercialisation. Nous ne parlerons, pas faute de place, des difficultés que soulève la question des unités : il faut, une fois pour toutes, fixer lesdites unités et s'y tenir rigoureusement pour que la représentation géométrique ait un sens.

naires ; ou alors le vecteur $\vec{Q}$ des quantités commercialisées s'est fortement modifié.

Cette représentation géométrique montre aussi que l'*augmentation ou la diminution de la masse monétaire entraîne des redistributions de revenus* : en quoi donc l'inflation est-elle condamnable ? est-ce seulement à cause de la hausse des prix ? Non, car une variation homothétique de $\vec{P}$ respecterait la « justice sociale » (c'est-à-dire ne modifierait pas le statu quo) : la transformation homothétique en France des anciens francs en nouveaux francs n'a provoqué aucun remous particulier. L'inflation est « condamnable » parce qu'elle modifie brutalement le statu quo et il en serait de même d'une déflation. Il est vrai que ce qui précède doit laisser penser qu'il est bien difficile de définir le mot inflation ou déflation.

Revenons à la question de la forme que doit revêtir l'équation de Fisher. L'emploi d'un vecteur est malaisé et l'on en vient à essayer de caractériser $\vec{V}$, $\vec{M}$, $\vec{P}$, $\vec{Q}$ par des scalaires. Or, une erreur fréquente consiste à écrire $\vec{X} \cdot \vec{Y} = X \cdot Y$ (ce qui est toujours licite) puis à croire, implicitement ou explicitement, **que X et Y sont des scalaires mathématiquement indépendants**, erreur qui se rencontre, non seulement lors de l'étude de l'équation de Fisher, mais encore à propos de tonnes-kilomètres, $R = PQ$, etc. Or, il est très facile de démontrer qu'un produit scalaire (1) ne peut se mettre sous la forme d'un produit de scalaires indépendants (mathématiquement) et caractérisant chacun l'un des deux vecteurs composant le produit scalaire.

Ceci étant, reprenons donc les deux produits scalaires $\vec{M} \cdot \vec{V}$ et $\vec{P} \cdot \vec{Q}$ et essayons de les transformer en des scalaires susceptibles d'un interprétation tangible. Nous avons évidemment : $0 \leqslant \vec{M} \cdot \vec{V} \leqslant kM$. Il est naturel de caractériser un vecteur par sa longueur, c'est-à-dire, ici,

$$|\vec{M}| = \sqrt{1^2 + \ldots\ldots + 1^2} = \sqrt{M}, \qquad |\vec{V}| = \sqrt{v_1^2 + \ldots\ldots + v_M^2},$$

d'où, tous calculs faits, en désignant par v la moyenne des v_i et par σ_v la dispersion de ces v_i, on a :

$$\sqrt{M}\ |\vec{V}|\ \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_v}{v}\right)^2}} = |\vec{P}|\ |\vec{Q}|\ \cos\theta$$

avec $\cos\theta = \cos(\vec{P} \cdot \vec{Q})$. Cette formule compliquée laisse un terme difficile à interpréter : $\cos\theta$ (2). De plus, *elle fait appel aux éléments aléa-*

(1) Dans un espace $n > 2$.

(2) L'angle $(\vec{M}, \vec{V})$ a pu être interprété parce que $\vec{M}$ est toujours bissectrice.

toires caractérisant la distribution des v_i. Ce qui nous ramène au modèle de la vitesse moyenne qui nous donne une formule plus simple. Donc **l'équation de Fisher n'est pas une identité comptable,** dans la mesure où l'on recherche une formule d'expression simple.

L'équation de Fisher présente un autre inconvénient auquel nous avons déjà fait allusion : **la difficulté de mesurer V.** En outre, **il est difficile d'admettre que ce V soit une grandeur relativement constante, caractéristique de la structure économique de la collectivité étudiée.**

Pour clôre la question de l'interaction entre M et P, voyons quel est l'impact d'une variation dM de M sur une catégorie j d'opérations monétaires. Nous avons :

$$T = \sum_{i=1}^{K} T^i \qquad \text{K types de transactions}$$

avec n catégories sociales homogènes d'agents économiques.

Posons :

$$\frac{dT^i}{T^i} \Big/ \frac{dM}{M} = t^i \qquad \textit{élasticité de } T^i \textit{ par rapport à } M$$

$$\frac{dR^i_l}{R^i_l} \Big/ \frac{dT^i}{T^i} = r^i_l \qquad \textit{élasticité du revenu de la catégorie sociale } l \textit{ provenant de } T^i$$

$$\frac{dT^j_l}{T^j_l} \Big/ \frac{dR_l}{R_l} = d^j_l \qquad \textit{élasticité des dépenses dans la catégorie } j \textit{ de transactions pour la catégorie sociale } l.$$

Nous avons évidemment :

$$dT^i = \frac{T^i}{M} t^i \quad dM$$

et rien ne nous autorise à penser que t_i soit une constante ; en effet en considérant les revenus et les dépenses des n catégories sociales et en tenant compte du fait que

$$dR_l = \sum_{i=1}^{K} dR^i_l, \text{ on trouve}$$

$$dT^j = \sum_{l=1}^{n} dT^j_l = \frac{dM}{M} \sum_{l=1}^{K} T^j_l d^j_l \frac{1}{R_l} \sum_{i=1}^{K} t^i r^i_l R^i_l$$

ou, d'une manière plus condensée,

$$dT^j = a^j \frac{dM}{M} \text{ avec, évidemment, } t^j = \frac{a^j}{T^j}$$

Conclusion : cette formule compliquée montre que a_j ou t_j n'a aucune raison d'être constant. Continuons cependant cette analyse : Supposons que T_j représente les transactions sur le bien p_i, q_i, nous avons :

$$dT^j = p_j \, dq_j + q_j \, dp_j$$

Posons $I_M = 1 + \frac{dM}{M}$ indice des diponibilités monétaires

$$Ip_j = 1 + \frac{dp_j}{p_j}$$

$$I_p = \Sigma \alpha^j \, Ip_j \qquad \Sigma \alpha^j = 1$$

Tous calculs faits, et après avoir supposé $dq_j = 0$ quel que soit j, on trouve :

$$\boxed{Ip = (I_M - 1) \sum_j \frac{\alpha^j \, a^j}{p_j \, q_j} + 1}$$

Cette formule démontre, si cela était nécessaire, que, même en admettant que a^i soit constant, hypothèse difficilement soutenable et que $dq_j = 0$ quel que soit j, autre hypothèse insoutenable, **les variations des prix ne sont pas proportionnelles à celle de M** ni même fonction d'expression constante de celle-ci *et ceci sans qu'il soit nécessaire de mettre en doute la validité ou l'efficacité de l'équation des échanges écrite sous la forme $MV = PQ$ qui, remarquons le, n'intervient pas dans ce raisonnement.*

3. — Equation de Fisher et tautologie — définition de la masse monétaire

Abandonnons provisoirement la question de la forme que doit revêtir l'équation de Fisher et voyons ce que nous pouvons dire de v : si nous admettons le modèle de la vitesse moyenne il n'est plus juste de dire que v est le fruit d'une tautologie. Qu'entend-on par tautologie, tout d'abord (1)? Soient trois grandeurs X, Y, Z ayant chacune une signification réelle et soient deux fonctions $f(X)$ et $g(Y, Z)$ de ces grandeurs ; nous aurons une tautologie si après avoir défini une quatrième grandeur V par $V = g(Y, Z) / f(X)$, nous pensons ensuite que $V.f(X) = g(Y, Z)$ représente une loi. Cette égalité ne deviendra une loi que si V est susceptible d'une interprétation réelle ou est une grandeur douée de propriétés intrinsèques comme celle d'être constante par exemple. Or, V a ici une signification réelle précise et l'on peut envisager une certaine constance dans le temps sous certaines hypothèses (T_M pris dans une large acception ne se limitant pas à des transactions du type PQ). Mais nous rétorquera-t-on, V ne peut,

(1) En logique mathématique une expression logique est dite tautologique si elle reste vraie quelles que soient les valeurs logiques attribuées aux variables composantes.

en fait, être mesuré que par le rapport T_M/M ! Disons que jamais équation n'a été autant accusée de tautologie que celle de Fisher (tout cela parce que les prix ne varient pas dans le sens voulu) : or dans ce cas, quoi de plus tautologique que l'équation électrique $V = RI$, où, tout compte fait, V est mesuré par un ampéremètre gradué en volts ? L'impossibilité matérielle de « pister » chaque unité monétaire, la nécessité, faute de séries longues d'estimer E(T) par T, nous impose d'estimer $E(v_i)$ par le rapport T/M. Cependant les possibilités théoriques demeurent : donc nous pouvons soutenir que l'équation de Fisher n'est pas une tautologie.

Nous avons maintenant à nous demander ce qu'il faut entendre par transactions et par masse monétaire M.

La vie économique est caractérisée par des opérations sur des biens réels (ou opérations sur biens et services, pour utiliser la terminologie propre à la Comptabilité Economique), ces opérations pouvant faire intervenir un agent (ex : consommation, production, mise en stocks, etc.) ou plusieurs (échanges commerciaux) et par des opérations sur des droits économiques (quel que soit le support de ces droits : papier, écriture, accord verbal etc.) c'est-à-dire des droits sur les biens économiques existants. Ces dernières opérations, elles aussi, peuvent faire intervenir un agent (destruction de créance, changement d'affectation de l'encaisse possédée, etc.) ou plusieurs. Parmi ces droits économiques figure la monnaie au sens banal du terme.

> Qu'est-ce donc la monnaie ? Le troc est aisément accessible à l'intelligence ou plutôt satisfait notre sens de la justice : un bien tangible s'échange contre un autre bien tangible, les deux en se consommant donnent, en principe, satisfaction égale aux deux co-échangistes. Les difficultés commencent dès qu'un bien se « monétise » (c'est-à-dire est accepté en échange de n'importe quel autre bien) car ce bien devient pratiquement impropre à la consommation. Il y a là un paradoxe : le riche est celui qui consomme certes, et peut-être plus que les autres, mais c'est surtout celui qui ne consomme pas tout ce qu'il pourrait consommer. C'est, certes, un grand progrès que d'utiliser comme monnaie quelques milliers de tonnes de métal ou de papier seulement ou lieu de stériliser inutilement des biens plus « consommables ». (Que penser du cheptel bovin de Madagascar mal utilisé parce que considéré comme signe extérieur de richesse ?). Le riche commande parce qu'il paie, c'est celui qui possède sans utiliser : un mauvais riche est un mauvais gestionnaire de la fortune collective et un épargnant oisif est un maître de maison dont, en fait, la domesticité dirige les affaires.

Nous pouvons assimiler toute monnaie aux crédits des comptes ouverts à la collectivité par une banque réelle ou fictive. Cette banque règle l'ouverture de nouveaux crédits selon une gestion qui se veut prudente ou bien selon son caprice s'il s'agit de la nature. Ces crédits ont en principe pouvoir libératoire sur toutes les opérations économiques.

> Plusieurs banques peuvent émettre des monnaies différentes et se pose alors le problème de la convertibilité de ces monnaies

les unes dans les autres et si cette convertibilité est bien assurée nous avons affaires à de « bonnes » monnaies. Cette convertibilité, notons le en passant, limite l'émission monétaire comme le montre le petit exemple suivant : soit une banque X ayant émis M_X (somme de tous les crédits ouverts). Par ailleurs une banque Y émet une monnaie M_Y supérieure à M_X dans le sens suivant : le public n'accepte M_X que s'il est sûr de pouvoir à tout instant changer M_X contre M_Y ; soient : s_y la sortie maximum prévue de monnaie A_Y possédée par X et e_y l'entrée minimum. (Ces entrées et sorties prévisionnelles dépendent naturellement de l'importance de M_X). Posons :

$$\frac{s_y}{M_X} = O_y^- \quad \frac{e_Y}{M_X} = \varepsilon_Y$$

La prudence poussera X à émettre des crédits de montant égal à M_X tel que :

$$M_X\,(O_Y^- - \varepsilon_Y) < A_Y \qquad \text{ou} \qquad M_X < A_Y/(O^- - \varepsilon_Y)$$

Mais laissons là cet exemple car le but de cette digression est autre : dans une société développée coexistent plusieurs banques X, Y ..... dont l'une, Z, la banque centrale, a une monnaie qui s'impose aux autres. Nous avons donc en général la hiérarchie suivante symbolisée par la figure 3.

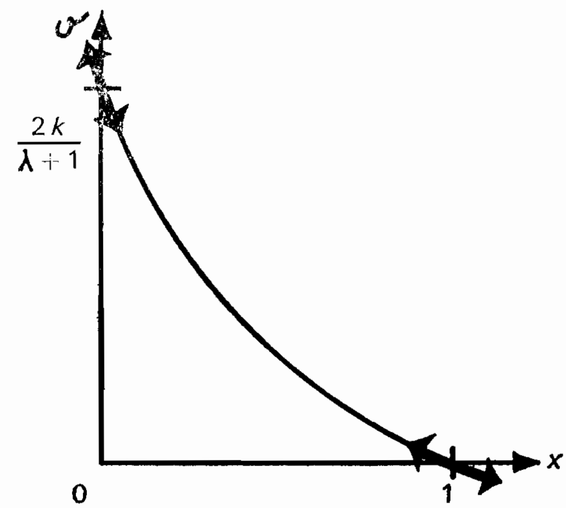


Figure 3

Soient :

A_Z	monnaie Z possédée par X
B_Z	« « Y
....	
M_X	monnaie totale émise par X
M_Y	« « « Y
....	
M_Z	« « « Z

L'existence de M_Z permet aux correspondants de X d'entrer en contact avec ceux de Y puisque Z permet, grâce à sa bonne monnaie, de solder les clearings interbancaires. Quelle est la masse monétaire totale de la collectivité considérée : $M = M_X + M_Y + ... + M_Z$ ou $M = M_X + M_Y + ... + M_Z - (A_Z + B_Z + ...)$?

Nous espérons que ce qui va suivre permettre au lecteur de répondre, entre autres, à cette question.

Il s'agit donc de définir ce que l'on entend par disponibilités monétaires. Nous commencerons par poser une *première définition* qui restera vague dans ses termes : **la monnaie est un moyen de paiement** (une manière de payer) **à pouvoir libératoire largement étendu.** Ainsi la monnaie fiduciaire ou divisionnaire nationale est bien de la monnaie. En ce qui concerne les comptes bancaires la réponse est moins évidente. En fait trois cas, plus ou moins extrêmes peuvent être envisagés : le public dépose dans une banque X des sommes *en une monnaie autre que celle de* X égales dans leur montant total à m. La banque ouvre alors, dans ses livres, des comptes créditeurs au nom des déposants pour un montant $m_X = m$. On peut avoir les trois situations suivantes :

a) Le public ne peut utiliser m_X (pour effectuer des paiements) à moins de clôturer tout ou partie de son compte par reconversion, de m_X en une monnaie autre que celle de X, alors que X dispose librement de m (ou, du moins, d'une fraction α de cette somme, dans le cadre d'une gestion prudente) ; exemples : dépôts à terme, dépôts dans les caisses d'épargne. Ou encore : le public peut disposer de m_X, X ne peut utiliser m. Comme exemple nous pourrions prendre une banque qui stockerait l'or, obtenu en contre-partie des crédits ouverts sur comptes de chèques X n'aurait en fait que la charge de faciliter la procédure matérielle des paiements sans souci de spéculation monétaire.

b) Le public peut utiliser m_X et la banque m (cas le plus fréquent).

c) Ni le public, ni X ne peuvent disposer de m_X et de m. Exemples : dans une vente à terme, une partie du prix versée par l'acheteur est consignée dans une banque jusqu'à ce que la matérialité de la prestation fournie par le vendeur soit établie, ou encore une caisse d'épargne s'interdit de toucher à une certaine fraction α de m et ne dispose que de $(1 - \alpha)\ m$.

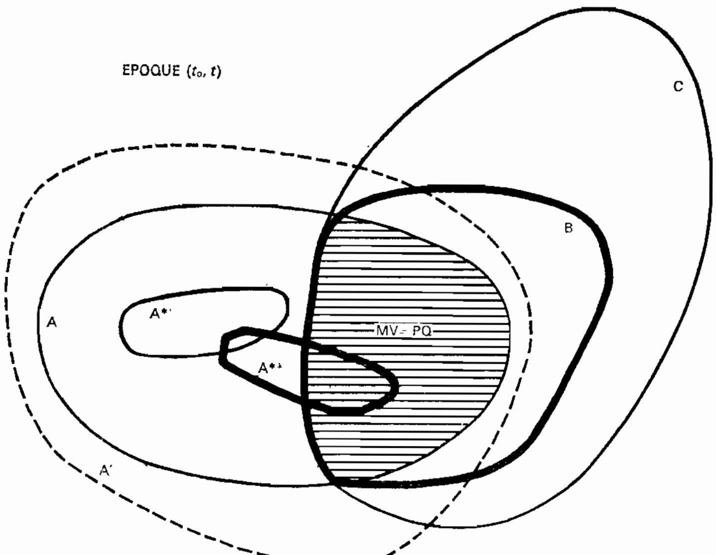
Les créations de monnaies sont donc les suivantes (cas *a*, *b* et *c*) :

$$\Delta M'_a = 0 \quad \text{ou} \quad \Delta M''_a = -\alpha m\,;$$
$$\Delta M'_b = m_{\cdot} = m \quad \text{ou} \quad \Delta M''_b = m_{;} \quad \alpha m\,;$$
$$\Delta M'_c = -m \quad \text{ou} \quad \Delta M''_c = -\alpha m.$$

Ces quelques exemples nous conduisent donc à **éliminer les dépôts à terme, dépôts dans les caisses d'épargne et, en général, tous les prêts ne donnant pas lieu à une contrepartie sous forme de compte de chèques**. On peut évidemment objecter que certaines traites sont facilement escomptées et même réescomptées, que des reconnaissances de dette peuvent être mobilisées : ici intervient la définition que l'on veut bien donner au « pouvoir libératoire étendu ». A ce propos signalons une autre difficulté relative à l'acception accordée au sens de l'expression « pouvoir libératoire étendu » : il s'agit des moyens de paiements internationaux comme les devises et l'or qui sont ou ne sont pas acceptés dans les transactions nationales.

L'exemple de l'or et des devises porte l'accent sur le fait que l'équation de Fisher déjà limitée dans le temps doit aussi être limitée dans un cadre géographique bien précis, l'adjectif géographique étant non seulement pris dans le sens spatial mais encore dans un sens plus large auquel nous avons déjà fait allusion et que nous allons examiner plus avant avec *la deuxième définition* de la masse monétaire suivante : **ensemble des moyens de paiement nécessaires à la réalisation de certaines opérations économiqes déterminées.** C'est une définition en quelque sorte axiomatique de la monnaie.

Ces deux définitions peuvent s'illustrer par la figure 4 :



N.B. Toutes les opérations s'effectuent entre t_0 et t.

Figure 4

— C est l'ensemble des opérations sur biens et services.

— B, sous-ensemble de C, ($B \subset C$) est l'ensemble des opérations sur biens et services faisant l'objet d'un échange (ventes, trocs, dons).

— A est l'ensemble des opérations économiques réalisées à l'aide de M défini d'une certaine manière (une autre définition de M, englobant par exemple le M précédent, donne $A' \supset A$). Ces opérations peuvent ou non correspondre à un échange (1).

— $A \cap B$ (ensemble hachuré horizontalement) est le domaine de l'équation $MV = PQ$.

— A*, sous-ensemble de A, correspond à des paiements sur biens et services vendus ou effectués lors d'une époque différente de (t_0, t). *Ce sous-ensemble prend naturellement de plus en plus d'importance au fur et à mesure que l'époque étudiée devient plus courte.*

— A**, sous-ensemble de A, est l'ensemble des opérations monétaires faisant l'objet d'un échange et dont la contrepartie monétaire est momentanément retirée de la circulation. Ainsi un débiteur règle son créancier par un chèque envoyé par la poste ; ce débiteur débite aussitôt son compte sur sa souche de carnet de chèques, le créancier lui, ne pourra utiliser cet argent que lorsque sa banque lui aura signifié le crédit à son compte, or cette opération peut facilement demander quelques jours. Cet ensemble A**peut beaucoup compliquer les choses si l'on étudie une courte période : une journée par exemple, la masse monétaire se trouvant ainsi diminuée d'un certain nombre d'unités provisoirement sans propriétaire.

Quelle définition choisir ? Choisir une définition revient à fixer l'ensemble A ; si l'on adopte la première définition on doit donner le catalogue détaillé de ce que l'on entend par M et il faudra constamment avoir à l'esprit que A, par exemple, ne recouvrira pas exactement B. Si l'on adopte la deuxième définition de M, M tel que $A = B$, on se heurte à la grande difficulté de mesurer M : on prend une partie (variable d'une époque à l'autre) de la masse fiduciaire de la masse des devises etc., et, en plus, on doit envisager des monnaies insolites comme la monnaie-prêt. A l'utilisateur de choisir.

Nous espérons que tout ceci permet maintenant de répondre à la question posée en introduction : si l'on s'intéresse aux mouvements monétaires effectués par les clients des banques et aux opérations économico-financières des banques, il faudra soigneusement distinguer clearing et opérations économiques. Notons que le clearing ne pose aucun problème théorique mais présente des difficultés lorsque l'on veut saisir satistiquement l'activité économique à partir du clearing.

Pour terminer, disons un mot de la monnaie métallique : dans les siècles passés les opérations purement financières étaient peu développées et la

(1) Le montant de toutes les opérations de A est égale à kM ($t - to = k$). Il faut cependant définir avec précaution la thésaurisation car une somme thésaurisée l'est à chaque instant d'où difficulté pour définir la période élémentaire. Par définition donc on « datera » l'opération de thésaurisation en début de vacation si l'unité reste inactive tout au long de la vacation.

monnaie était presque essentiellement métallique. Donc, A recouvrait assez bien les transactions commerciales sur biens et services, d'où le bon comportement, du moins qualitativement, de l'équation de Fisher à ces époques : découverte de l'Amérique, ruée vers l'or en Californie etc.

4. — Problème connexe : contrepartie de la monnaie

Quoique cela sorte un peu de notre sujet, signalons le problème de la contrepartie de la monnaie car il y fait, souvent et implicitement, usage de l'équation de Fisher. Dire que la monnaie en circulation a pour contrepartie les biens et services existants dans la collectivité revient à dire qu'en faisant convenablement circuler M on arriverait à « épuiser » cette masse réelle. Il est évident que cette conception conduit à des difficultés inextricables. En effet, nous l'avons vu, posséder de la monnaie signifie que l'on s'abstient de consommer : or tous sont à la fois consommateurs (propriétaires de biens réels) et créanciers (propriétaires de monnaies). Supposons cependant cette difficulté résolue, c'est-à-dire, supposons que la société se divise en deux groupes : les *créanciers purs* et les *propriétaires purs*. Si les créanciers exigeaient la contrepartie de M, qu'obtiendraient-ils des propriétaires de biens et services : une masse indéfinie de biens et services car si M a bien un pouvoir libératoire nominal fixe, les prix, eux, sont variables, donc une infinité d'équations $M = \vec{P}_i \vec{Q}_i$ peut solutionner ce très improbable problème. Par conséquent, la notion de contrepartie matérielle est trop floue pour pouvoir être retenue. La seule contrepartie bien définie est celle, classique, des créances sur l'Etat, l'Economie, l'Etranger : toute création de monnaie ΔM donnant automatiquement naissance à créance d'un montant égal sur l'agent économique bénéficiaire du nouveau crédit, c'est-à-dire obligation (qui peut être théorique car reportée sine die) de rembourser ultérieurement le même montant nominal ΔM à l'agent émetteur. Ce dernier se souciera de l'activité du débiteur et de son potentiel productif et, s'il s'agit de l'Etat, il importera peu à celui-ci, au fond, d'être remboursé nominalement s'il n'y a pas création nouvelle de richesses matérielles dans l'Economie car sinon ce ne seraient que jeux d'écriture stériles.

Au terme de cette première étape de notre étude, nous voyons la portée et les limites de l'équation de Fisher : si l'on désire une égalité comptable, on doit manipuler une expression peu maniable, sinon on doit se contenter d'une égalité vraie en moyenne ; si l'on désire étudier les prix, on se heurte à une définition de V peu propice à la mesure statistique, sinon on doit raisonner sur des opérations monétaires de toute nature et quelle que soit la solution adoptée, **l'interdépendance entre M et P est autre qu'une simple proportionnalité**. Enfin, le second membre de l'équation dépend de ce que l'on met dans le premier, à savoir de ce que l'on entend par M. Cependant, toutes ces réserves ne sont rien, à notre avis, en comparaison du principal reproche que l'on puisse faire à cette équation, à savoir **la critique de l'hypothèse de l'individualisation des unités monétaires**. Or, il est manifeste que si cette hypothèse est approximativement valable pour un stock monétaire constitué de pièces métalliques, encore assez valable pour la monnaie de papier, elle ne l'est absolument plus dans le cas de la monnaie scripturale, or cette dernière forme de monnaie est loin d'être négligeable par rapport à la masse des disponibilité monétaires comme le montre le tableau 2.

TABLEAU 2

Disponibilités monétaires dans le monde : pourcentage de la monnaie scripturale par rapport à la masse monétaire totale

En %

Pays	1951	1960	Pays	1951	1960
Allemagne fédérale	52	56	Iran	46 (*a*)	64 (*d*)
Afrique du Sud.........	80	75	Irlande	66	71
Argentine	43	41	Islande	51	62
Australie	80	76	Israël	62	66
Autriche	48 (*b*)	44	Italie	58	68
Belgique-Luxembourg ..	41	42	Japon	69 (*b*)	75
Birmanie	34	32	Jordanie	41	40
Bolivie................	35	15	Liban	55 (*a*)	64
Brésil	69	76	Malaisie (Fédération de)	37	29
Canada	71	70	Mexique	50	54
Ceylan	62	50	Nicaragua	46	49
Chili..................	63	66	Norvège	55	52
Chine (Taïwan)	39	56	Nouvelle-Zélande	76	78
Colombie...............	54	59	Pakistan	33	32
Corée (République de)...	26	36	Paraguay	41 (*a*)	40
Costa-Rica	52	55	Pays-Bas	56	55
Cuba	58	46	Pérou	55	51
Danemark	75	73	Philippines	44	50
Dominicaine (République)............	56	56	Portugal	70	73
			R.A.U.-Egypte	49	48
Equateur	46	51	Royaume-Uni	74	63
Espagne	57	63	Salvador	42	52
Etats-Unis	79	79	Soudan	28	42
Ethiopie	17	25	Suède	52	48
Finlande	60	55	Suisse	58	62
France................	49	58	Surinam	98	43
Ghana	23	35	Syrie	18	32
Grèce	36 (*b*)	32	Thaïlande	28 (*a*)	40
Guatemala	33	40	Turquie	20	29
Haïti	41	30	Uruguay	43	47
Honduras	47	45	Venezuela	50	58
Inde..................	33	31	Viet-Nam	45 (*c*)	33
Indonésie	34	29	Yougoslavie	48 (*a*)	24
Irak	29	32			

(*a*) 1952. — (*b*) 1953. — (*c*) 1955. — (*d*) 1959.

5. — Schéma de la dépense moyenne

Voyons ce que devient le schéma de la vitesse moyenne lorsque l'on abandonne l'hypothèse de la discernabilité des M unités monétaires. Numérotons arbitrairement les francs de la masse monétaire de 1 à M : lorsqu'intervient un débit de 1 franc, celui-ci peut être réalisé par n'importe laquelle des M unités existantes (1). Par conséquent, au cours de la période étudiée, la masse totale des transactions T peut être expliquée par $C_M^{m_1}\ C_M^{m_2}\ \ldots\ C_M^{m_k}$ schémas différents *tous également valables.* Pour un T et un M convenables, la vitesse de chaque unité, ainsi artificiellement isolée, ne peut donc être écrite que sous la forme : $0 \leqslant v_i \leqslant k$. Définir un schéma explicatif moyen avec une vitesse moyenne $v_i = \bar{v} = \frac{T}{M}$ n'apporte rien de nouveau au problème. **Par conséquent la vitesse monétaire n'a plus aucun sens et,** *a fortiori*, **l'équation** $\overrightarrow{\mathbf{M}}\overrightarrow{\mathbf{V}} = \overrightarrow{\mathbf{P}}\overrightarrow{\mathbf{Q}}$ **ne signifie plus rien.**

Essayons de tourner cette difficulté en définissant un nouveau schéma bien plus général que le schéma de la vitesse moyenne, et *qui ne nécesssite plus aucune hypothèse sur la discernabilité de l'unité monétaire,* schéma que nous pourrions appeler *schéma de la dépense moyenne.*

Considérons donc le modèle suivant : la période étudiée est encore divisée en k périodes élémentaires. Les débits d_i ($i = 1, 2, \ldots, k$) observés sont supposés suivre une loi de probabilité $f(\delta)$. La masse monétaire active est égale à M. Nous avons les inégalités et égalités évidentes suivantes :

$0 \leqslant d_i \leqslant M$ (c'est ici qu'intervient l'hypothèse de la durée élémentaire)

$$\sum_{i=1}^{k} d_i = T$$

On en déduit que :

$$\sum_{i=1}^{k} E(d_i) = E(T) \quad \text{ou} \quad k\,E(\delta) = E(T)$$

ce qui s'énonce très simplement : le montant moyen des transactions de la période étudiée est égale à k fois la dépense élémentaire moyenne. Or

$$E(\delta) = \int_0^M \delta f(\delta)\, d\delta = M\ d_0 f(d_0) \text{ avec } 0 \leqslant d_0 \leqslant M,$$

(1) Evidemment l'hypothèse de parfaite indiscernabilité est toute aussi impossible que l'hypothèse contraire, puisque d'une part l'avoir total M est réparti entre de multiples comptes dont certains peuvent ne pas fonctionner au cours de la période élémentaire et, d'autre part, certains comptes sont en relation entre eux, sans connexion avec les autres.

en utilisant le résultat classique bien connu. D'où

$$M\,[k\, d_0\, f(d_0)] = E(T) \qquad (5)$$

Posons : $$R = k\, d_0\, f(d_0) \qquad (6)$$

Alors : $$\boxed{MR = E(T)} \qquad (7)$$

L'on pourrait objecter que c'est là de nouveau l'équation de Fisher. Il n'en est rien car dans cette égalité *en moyenne*, R n'est plus une vitesse : c'est un nombre pur qui est, en fait, une probabilité multipliée par k. On peut l'appeler coefficient de rotation puisque l'on a ainsi l'habitude de désigner et d'étudier les rapports du genre chiffre d'affaires/stock en valeur. De plus, et surtout, l'équation (7) n'a un petit air familier que parce que l'on a utilisé le théorème de la moyenne. L'utilisation de la formule de Taylor nous donne une équation plus insolite ; en effet posons :

$$F(d) = \int_0^d \delta f(\delta)\, d\delta, \text{ nous avons :}$$

$$\frac{E(T)}{k} = F(O) + \frac{(M-O)^1}{1!} F'(O) + \frac{(M-O)^2}{2!} F''(O) +$$

$$\frac{(M-O)^3}{3!} F'''(O) + \ldots. + \frac{(M-O)^n}{n!} \overset{(n)}{F}(O) + \ldots.$$

ou, puisque $F(O) = O$ et $f(O) = O$ (cette dernière égalité pouvant ne pas être toujours vraie) $F'(O) = O$, $F''(O) = f(O)$, $F'''(O) = 2 f'(O)$,... $\overset{(n)}{F}(O) = (n-1)\overset{(n-1)}{f}(O)$, d'où :

$$k\left[\frac{M^2}{2!} f(O) + \frac{M^3}{3!} 2 f'(O) + \ldots. + \frac{M^n}{n!}(n-1)\overset{(n-1)}{f}(O) + \ldots\ldots\right] = E(T)$$

On pourrait évidemment limiter ce développement en série. Donc la formule (7) ne vient pas du tout de l'idée banale de diviser une quantité par une autre, mais d'une méthode mathématique dont le résultat *a priori* était inconnu. Ce n'est donc qu'une heureuse coïncidence (propre à toutes les expressions $y = k\bar{x}$) que le théorème de la moyenne nous ait redonné une formule proche parente d'une formule bien connue.

Avant de continuer, ouvrons une petite parenthèse : Quelle erreur commet-on quand pour une variation dM de M on pose : $dT' = RdM$?

$$\text{Nous avons : } k\int_0^M t\, f(t)\, dt = T,$$

d'où $kM\, f(M)\, dM = dT$

et $\Delta = dT' - dT = k\,[d_0 f(d_0) - M\, f(M)]\, dM$

TABLEAU 3

Rétrospective des rotations annuelles des chèques postaux français

Source : P.T.T. *Avoirs et débits en millions d'anciens francs.*

Année	Moyenne journalière des avoirs	Montant des virements débit	Rotation annuelle
			(*a*)
1918	187	502	2,6
1920	498	15.551	31,2
1924	1.251	37.971	30,3
1927	3.496	116.194	33,2
1929	4.215	144.666	34,3 (*b*)
1930	4.726	158.107	33,4
1935	4.392	161.000	36,6
1938	6.468	275.264	42,5 (*c*)
1939	8.187	294.154	35,9
1940	14.066	297.050	21,1
1941	20.046	442.541	22,0
1942	25.652	579.200	22,5
1943	32.307	704.973	21,8
1944	40.217	692.778	17,2
1945	63.179	1.157.460	18,3 (*d*)
1946	96.184	2.168.720	22,5
1947	133.379	3.318.144	24,8
1948	202.424	6.211.738	30,6
1949	267.288	8.356.984	31,2 (*e*)
1950	330.054	10.205.639	30,9
1951	396.202	13.259.427	33,4
1952	501.679	16.863.040	33,6
1953	568.277	17.642.270	31,0 (*f*)
1954	637.051	20.173.333	31,7 (*g*)
1955	718.540	22.871.848	31,8
1956	853.037	26.131.917	30,6
1957	980.452	30.269.052	30,9
1958	1.095.653	34.253.690	31,3
1959	1.245.595	37.451.655	30,1
1960	1.426.860	40.742.090	28,6
1961	1.678.650	46.979.520	28,0
1962	2.011.150	54.358.750	27,0

(*a*) Création du service. (*b*) Début de la grande crise. (*c*) et (*d*) Début et fin de la seconde guerre mondiale. (*e*) et (*f*) Début et fin du conflit coréen. (*g*) Fin de la guerre d'Indochine, début de la guerre d'Algérie.

La formule utilisée ici par les P.T.T. est la même que la nôtre.

Nous ne savons pas si la colonne débit comprend ou non les opérations en numéraires (cf. tableau 9). Probablement non.

Une série calculée de longue date par les P.T.T. donne les rotations mensuelles (*Bulletin Mensuel de Statistique*, I.N.S.E.E., Paris) ; la formule utilisée est moyenne des débits et des crédits divisée par l'avoir moyen : cette forme ne coïncide avec la nôtre que si les entrées égalent les sorties d'argent.

Ceci suppose que $f(\delta)$ soit constante dans le sens suivant : les variations d'ordonnées (dans les parties utiles, c'est-à-dire dans le voisinage où se trouve d_0) sont négligeables devant dM. La différence Δ tend vers zéro quand d_0 est voisin de M. Le défaut majeur de l'équation $MR = T$ est donc son incapacité à mesurer simplement les variations de T en fonction de celles de M.

L'équation (7) semble contredire l'équation (4) en ce qui concerne l'hypothèse de la constance de R dans le temps, liée à l'inertie des structures économiques et il est indéniable que R varie lentement dans le temps et les statistiques corroborent cette constatation, du moins en ce qui concerne la rotation scripturale. Nous verrons plus loin ce que l'on peut supposer à propos de la rotation globale.

Nous avons rassemblé, au hasard de la documentation qui nous a été disponible, quelques statistiques concernant R. Dans quelques pays comme les Etats-Unis, la France, le Mexique, Israël, R est calculé par les services statistiques ou bancaires (à l'aide de formules qui ne nous sont pas toujours connues) : pour ces pays, nous citons la source. Pour les autres, nous avons calculé R par la formule débits par avoirs en fin de mois à partir des données recueillies dans les diverses publications statistiques nationales. Pour ces derniers tableaux, nous donnerons, en plus de R, les avoirs et les débits.

Le tableau 1 pourrait évidemment être mis ici et non au début de cet article comme nous l'avons fait. (Voir page ci-contre pour le tableau 3).

TABLEAU 4

Pays-Bas : chèques postaux de 1954 à 1960 ; avoirs, débits et rotations annuelles

Sommes en millions de Gld.

Année	Avoir en fin d'année	Débits	Rotation annuelle
1954	1.246	57.650	46,3
1955	1.375	63.959	46,5
1956	1.452	71.843	49,5
1957	1.384	79.039	57,1
1958	1.542	76.835	49,8
1959	1.604	83.389	52,0
1960	1.823	91.743	50,3

TABLEAU 5

Rotations annuelle et mensuelle de la monnaie scripturale des comptes de chèques postaux de l'ancien Deutsches Reich en 1938 et de l'Allemagne Fédérale de 1951 à 1954

Avoirs et débits en milliards de RM et DM.

	1938	1951	1952	1953	1954
Avoir au 31 décembre ..	1.294	999,3	1.070,7	1.136,6	1.203,6
Débits annuels	103.883,5	100.307,2	113.403,3	125.848,8	135.326,2
Rotation annuelle	80,3	100,4	105,9	110,7	112,4
Rotation moyenne mensuelle	6,7	8,4	8,8	9,2	9,4

TABLEAU 6

Etats-Unis d'Amérique : rotation annuelle de la monnaie scripturale dans les banques américaines de 1945 à 1963

Source : Annual Abstract of the United States.

Année	Ensemble (334 villes)	Grands centres		Autres villes (337 villes)
		New York	Six autres grandes villes	
1945 (*a*).................	14,7	24,1	17,5	13,5
1950 (*b*).................	18,7	31,1	22,6	17,2
1955....................	22,3	42,7	27,3	20,4
1956....................	23,7	45,8	28,8	21,8
1957....................	25,1	49,5	30,4	23,0
1958....................	24,9	53,6	30,0	22,9
1959....................	26,7	56,4	32,5	24,5
1960....................	28,2	60,0	34,8	25,7
1961....................	29,0	70,0	36,9	26,2
1962....................	31,3	77,8	41,2	27,7
Mars 1962	31,7	80,5	43,2	27,7
Mars 1963	45,6	88,4	28,3	32,7

(*a*) Fin des opérations contre le Japon. (*b*) Guerre de Corée de 1950 à 1953.

TABLEAU 7

Système bancaire mexicain : rotation mensuelle de la monnaie scripturale de 1959 à 1963

Source : Revista de Estadistica.

Année ou mois	Rotation mensuelle	Année ou mois	Rotation mensuelle
1959	3,40	1962 Novembre. .	3,61
1960	3,82	Décembre .	3,66
1961	3,46	1963 Janvier	3,74
1962 Mars	3,57	Février	3,26
Avril	3,03	Mars	3,54
Mai	3,55	Avril	3,39
Juin	3,38	Mai	3,89
Juillet	3,69	Juin	3,60
Août	3,73	Juillet	3,99
Septembre . .	3,57	Août	3,79
Octobre	3,75	Septembre	3,44

TABLEAU 8

Israël : rotations annuelles de 1950 à 1963

Année ou mois	Rotation annuelle	Année ou mois	Rotation mensuelle
	— (*a*)		
1950...............	7,8	1962 Décembre ...	18,5
1951...............	9,8	1963 Janvier	18,8
1952...............	13,9	Février	18,8
1953...............	15,9	Mars	20,1
1954...............	18,9	Avril	19,9
1955...............	19,6 (*b*)	Mai	17,6
	—	Juin	18,3
1956...............	18,8	Juillet	18,9
1957...............	18,8	Août	18,9
1958...............	17,8	Septembre ...	19,9
1959...............	17,7	Octobre	18,1
1960...............	16,3	Novembre....	19,2
1961...............	16.2		
1962...............	17,9		

(*a*) Création de l'Etat d'Israël en mai 1948. Armistice avec la Ligue arabe en 1949.
(*b*) Campagne du Sinaï.

La formule utilisée ne nous est pas exactement connue.

TABLEAU 9

Activité des chèques postaux de quelques pays en 1961

Sommes en millions de NF

Pays	Avoirs (1)	Débits	Rotation mensuelle
Allemagne Fédérale..	4.197	352.768 (2)	84
Autriche	974	72.018	74
Belgique	4.218	187.953	45
Danemark	606	57.428	95
Finlande	484	52.376	108
France.............	18.161	546.983 (3)	30
Italie	3.391	55.446	16
Japon	2.119	9.399	4
Luxembourg	109	3.147	29
Norvège	857	33.530	39
Pays-Bas...........	2.841	121.701 (2)	43
Suède	2.733	208.907	76
Suisse	3.031	127.684	42

(1) Au 31 décembre. (2) Il n'est pas certain que les séries statistiques des tableaux 4 et 5 soient les mêmes que celles de ce tableau. (3) Voir les remarques faites à propos du tableau 3.

TABLEAU 10

Chèques postaux algériens de 1956 à 1960 et en 1963 et 1964

Sommes en millions d'anciens francs jusqu'en 1960,
millions de NF en 1963 *et* 1964.

Année ou mois	Avoirs	Débits	Rotation annuelle (mensuelle en 1963)
1956...............	82.388,6	1.480.630	18,0
1957...............	95.402,9	1.814.547	19,0
1958...............	126.306,7	2.187.930	17,3
1959...............	154.693,7	2.660.584	17,2
1960 (*a*)	197.426,8	2.965.854	15,0
1963 Janvier	....	....	....
Février	1.173,4	1.650,4	1,4
Mars	1.112,2	1.094,2	1,0
Avril	1.077,0	967,9	0,9
Mai	1.042,5	944,8	0,9
Juin	1.094,0	884,3	0,8
Juillet	1.105,3	1.000,3	0,9
Août	1.137,4	951,4	0,8
Septembre	....	....	....
Octobre	1.143,1	1.056,3	0,9
Novembre.....	1.267,9	1.097,8	0,9
Décembre	1.310,9	1.195,7	0,9
Année	1.310,9	13.123,2	10,0
1964 Janvier	1.395,5	1.316,4	0,9

(*a*) Naissance de la République algérienne.

TABLEAU 11

Chèques postaux tunisiens : rotation mensuelle de 1962 à 1964.

Année	Rotation mensuelle (1)	Rotation mensuelle (2)
1962 *Moyenne mensuelle*	1,29	1,16
Août	0,90	0,90
Septembre	1,11	1,10
Octobre	1,14	1,20
Novembre	1,17	1,21
Décembre	1,38	1,37
1963 *Moyenne mensuelle*	1,24	1,24
Janvier	1,68	0,98
Février	1,61	1,46
Mars	1,61	0,96
Avril	1,10	0,98
Mai	1,14	1,12
Juin	1,10	0,92
Juillet	0,92	0,94
Août	1,10	1,10
Septembre	1,10	1,16
Octobre	1,13	1,03
Novembre	1,00	0,90
Décembre	1,00	0,85
1964 Janvier	0,90	0,90

(1) Rotation calculée par les services tunisiens selon une formule qui ne nous est pas connue. (2) Rotation calculée par nous suivant la formule « débits » sur « avoirs ».

TABLEAU 12

Rotation annuelle des comptes de chèques postaux de l'ancienne A.O.F. et du Togo de 1953 à 1957

Avoirs et débits en millions de F. CFA

Année	Avoir au 31 décembre	Débits totaux	Rotation annuelle
1953	4.252	104.102	24,5
1954	4.686	124.950	26,7
1955	4.862	134.269	27,6
1956	5.374	139.528	26,0
1957	5.394	142.709	26,5

TABLEAU 13

Chèques postaux du Sénégal : avoirs, débits, rotation mensuelle de 1959 à 1961

Sommes en millions de CFA

Année ou mois	Avoirs	Débits	Rotation mensuelle
1959 moyenne mensuelle	**4.533**	**7.908**	**1,74**
Mars	4.526	7.148	1,58
Avril	4.256	7.463	1,75
Mai	4.175	7.240	1,73
Juin	4.630	8.071	1,74
Juillet	4.351	6.672	1,53
Août	.....	.....	....
Septembre	4.108	8.251	2,01
Octobre	3.758	5.549	1,48
Novembre	3.841	7.422	1,93
Décembre	3.866	6.832	1,77
1960 moyenne mensuelle	**3.996**	**7.957**	**1.99**
Janvier	3.824	6.187	1,62
Février	4.557	9.086	1,99
Mars	4.558	8.825	1,94
Avril	4.323	7.281	1,68
Mai	3.963	9.054	2,28
Juin	3.595	9.347	2,60
Juillet	3.741	7.481	2.00
Août	3.657	7.680	2,10
Septembre	3.926	8.179	2,08
Octobre	3.788	6.758	1,78
Novembre	4.083	7.935	1,94
Décembre	3.946	7.674	1.94
1961 Moyenne mensuelle	**3.946**	**7.958**	**2,02**
Janvier	3.858	9.259	2,40
Février	3.834	10.563	2,76
Mars	4.120	9.627	2,34
Avril	4.735	9.005	1,90
Mai	4.302	8.157	1,90
Juin	4.223	9.709	2,30
Juillet	....	....	....
Août	4.500	9.957	2,21
Septembre	....	....	....
Octobre	4.168	8.471	2,03
Novembre	....	....	....
Décembre	4.060	6.773	1,67

TABLEAU 14

Chèques postaux mauritaniens : rotations mensuelles en 1962 et 1963

Sommes en millions de CFA.

Mois	Avoirs totaux	Débits totaux	Rotation totale	Rotations			
				Comptables publics	Banques (1)	Entreprises particulières	Entreprises publiques
1962							
Janvier	391.700	272.743	0,7	0,7	///	0,5	0,1
Février	443.314	627.742	1,4	1,1	64,5 (1)	0,6	0,1
Mars	503.565	509.547	1,0	0,6	32,9 (1)	3,6	0,2
Avril	623.038	269.584	0,4	0,3	5,7	1,6	0,1
Mai	546.535	613.907	1,1	0,9	23,2	1,1	
Juin	580.728	589.705	1,0	0,6	57,7	1,6	0,1
Juillet	466.384	795.082	1,7	1,8	13,9	0,9	0,1
Août	426.116	595.628	1,4	0,9	118,7 (1)	2,3	0,2
Septembre .	394.509	486.029	1,2	1,1	31,6	0,6	0,4
Octobre ...	667.224	1.059.751	1,6	1,1	36,8 (1)	1,2	0,4
Novembre..	929.866	772.206	0,8	0,5	16,4	0,8	0,3
Décembre .	724.313	706.291	0,9	0,8	17,0	1,1	0,6
1963							
Janvier	651.851	723.155	1,1	0,9	10,6	0,9	0,3
Février	475.580	875.195	1,8	1,6	6,1	0,9	0,7
Mars	606.974	1.240.106	2,0	1,4	60,8 (1)	1,1	0,5
Avril	565.262	523.801	0,9	0,5	13,9	1,1	0,2
Mai	551.296	664.698	1,2	1,0	9,5	1,2	0,3
Juin	501.410	586.849	1,2	1,1	9,6	0,8	0,2

(1) Ces chiffres indiquent une très forte rotation, mais il ne faut y attacher aucune valeur précise, car les hypothèses à la base du schéma de la dépense moyenne ne sont certainement plus respectées. Voir à ce sujet « remarque importante sur le calcul de R » page 117.

Ce dernier tableau présente un intérêt particulier, car il donne les indications sur les comportements financiers de certains agents économiques. Les banques, puisque c'est là leur objet, font tourner leurs stocks monétaires au maximum. On constate un comportement plus négligent chez les autres agents. Ces statistiques sont très intéressantes car, si certains pays donnent la répartition des avoirs suivant les agents, il est rare de trouver des ventilations des mouvements de ces comptes. La place nous manque pour donner les statistiques sur les avoirs. Donnons cependant ces statistiques pour Madagascar (Comptes de Chèques Postaux) au 29 décembre 1962 :

Comptables publiques	1.745	millions de FMG
Banques	219	«
Particuliers......................	1.641	«
Sociétés d'Etat...................	334	«
	3.939	«

TABLEAU 15

Chèques postaux de Côte d'Ivoire : avoirs en fin d'année, débits annuels et rotation annuelle de 1951 à 1958

Avoirs el débits en millions de F. CFA.

Année	Avoirs	Débits annuels	Rotation annuelle
1951	439	15.879	36,2
1952	530	23.591	44,5
1953	584	21.976	37,6
1954	741	26.949	36,4
1955	772	29.141	37,7
1956	670	26.211	39,1
1957	788	21.254	27,0
1958	1.063	25.643	24,1

TABLEAU 16

Chèques postaux de Côte d'Ivoire : avoirs, débits mensuels moyens et rotation mensuelle moyenne de 1952 à 1958

Avoirs et débits en millions de F. CFA.

Année ou mois	Avoirs	Débits totaux	Rotation mensuelle
1952 Moyenne	**530,2**	**1.965,9**	**3,7**
1953 Moyenne	**583,9**	**1.831,3**	**3,1**
1954 Moyenne	**741,3**	**2.245,8**	**3,0**
1955 Janvier	1.076,5	1.797,5	1,7
Février	844,5	2.211,1	2,6
Mars	1.230,2	2.291,0	1,9
Avril	990,9	3.168,1	3,2
Mai	1.322,8	2.889,2	2,2
Juin	951,6	2.854,7	3,0
Juillet	1.109,3	2.778,1	2,5
Août	889,0	2.684,2	3,0
Septembre	1.057,2	2.094,8	2,0
Octobre	726,4	3.137,6	4,3
Novembre	927,8	1.588,9	1,7
Décembre	771,8	1.645,7	2,1
Moyenne	**991,5**	**2.428,4**	**2,4**
1956 Janvier	1.685,5	2.318,4	1,4
Février	969,7	1.497,7	1,5
Mars	901,3	2.428,2	2,7
Avril	797,5	3.605,8	4,5
Mai	1.003,7	2.225,2	2,2
Juin	978,4	2.670,3	2,7
Juillet	1.056,1	3.022,1	2,9

TABLEAU 16 (suite)

Année ou mois	Avoirs	Débits totaux	Rotation mensuelle
1956 Août	854,1	2.230,7	2,6
Septembre	746,6	1.842,9	2,5
Octobre	1.026,8	1.452,4	1,4
Novembre	694,3	1.725,3	2,5
Décembre	669,6	1.184,3	1,8
Moyenne	**948,6**	**2.184,3**	**2,3**
1957 Janvier	872,3	1.746,9	2,0
Février	1.042,6	1.413,6	1,4
Mars	1.190,4	2.189,5	1,8
Avril	1.165,2	2.540,9	2,2
Mai	1.058,6	2.248,7	2,1
Juin	737,0	2.089,1	2,8
Juillet	838,5	1.865,9	2,2
Août	823,1	1.760,2	2,1
Septembre	740,6	1.314,4	1,8
Octobre	746,8	1.442,5	1,9
Novembre	668,6	1.415,2	2,1
Décembre	787,9	1.226,9	1,6
Moyenne	**889,3**	**1.779,4**	**2,0**
1958 Janvier	835,7	1.834,9	2,2
Février	956,3	2.299,7	2,4
Mars	1.176,2	2.446,1	2,1
Avril	1.086,6	2.562,8	2,4
Mai	917,4	2.366,5	2,6
Juin	1.016,6	2.022,3	2,0
Juillet	1.309,0	2.170,2	1,7
Août	1.006,4	2.315,3	2,3
Septembre	899,7	2.134,5	2,4
Octobre	808,1	1.868,5	2,3
Novembre	974,1	1.494,1	1,5
Décembre	1.063,5	2.127,9	2,0
Moyenne	**1.004,1**	**2.136,9**	**2,1**
1959 Janvier	1.403,1	3.223,7	2,3
Février	1.723,7	2.804,7	1,6
Mars	2.036,4	3.167,8	1,6
Avril	2.345,6	3.183,1	1,4
Mai	2.669,5	2.812,1	1,1
Juin	2.939,9	3.050,7	1,0
Juillet	3.249,0	2.957,5	0,9
Août	1.488,7	5.046,5	3,4
Septembre	1.742,7	2.525,6	1,4
Octobre	1.999,0	2.598,8	1,3
Novembre	2.180,3	3.323,2	1,5
Décembre	2.333,0	3.443,6	1,5
1960 Janvier	2.253,9	3.764,7	1,7
Février	2.523,1	2.980,7	1,2
Mars	3.222,2	3.720,0	1,2
Avril	3.718,4	3.190,4	0,9
Mai	4.145,9	3.394,6	0,8
Juin	3.443,7	4.438,6	1,3

TABLEAU 16 (suite)

Année ou mois	Avoirs	Débits totaux	Rotation mensuelle
1960 Juillet	2.816,0	4.261,5	1,5
Août	2.460,1	3.987,9	1,6
Septembre	2.122,5	6.325,5	3,0
Octobre	1.983,0	3.190,2	1,6
Novembre	2.115,0	3.333,9	1,6
Décembre	1.635,0	5.438,7	3,3
1961 Janvier	2.263,2	3.776,5	1,7
Février	1.804,0	4.944,8	2,7
Mars	1.940,8	4.364,0	2,2
Avril	1.788	4.284,7	2,4
Mai	2.103	3.726,6	1,8
Juin	3.444	4.214,4	1,2
Juillet	2.099	4.170,9	2,0
Août	2.003	3.812,9	1,9
Septembre	1.808	4.151,8	2,3
Octobre	1.597	3.740,9	2,3
Novembre	2.035	3.352,5	1,6
Décembre	1.766	4.419,1	2,5
1962 Janvier	2.134,5	3.543,7	1,7
Février	1.849,8	4.285,4	2,3
Mars	2.197,0	4.382,1	2,0
Avril	2.432,9	3.861,6	1,6
Mai	2.249,6	3.918,8	1,7
Juin	2.135,3	4.375,5	2,0
Juillet	1.864,5	4.296,7	2,3
Août	3.917,4	4.164,7	1,1
Septembre	3.560,1	3.433,7	1,0
Octobre	1.840,1	4.691,7	2,5
Novembre	2.041,7	4.353,8	2,1
Décembre	1.779,2	4.016,7	2,3
1963 Janvier	2.558,5	4.800,6	1,9
Février	3.050,8	3.975,8	1,3
Mars	3.392,7	5.634,4	1,7
Avril	3.716,5	4.386,2	1,2
Mai	4.006,2	4.724,4	1,2
Juin	4.006,2	4.811,0	1,2
Juillet	4.530,8	5.090,5	1,1
Août	4.815,1	4.636,7	1,0
Septembre	4.987,8	5.272,9	1,1
Octobre	5.231,6	12.393,5	2,4
Novembre	5.569,9	4.172,2	0,7
Décembre			

TABLEAU 17

Chèques postaux de quelques pays de l'ancienne A.E.F.

Sommes en millions de F. CFA

Pays	Période	Avoirs	Débits	Rotation
A.E.F.	1957	497	4.078	8,2 (1) (2)
Cameroun	1957	269	15.182	56,4 (2)
Congo (Brazza)				
(*a*)	Janvier 1961	648	7.916	12,2 (3)
(*b*)	Janvier 1962	1.731	11.276	6,5 (3)

(*a*) Centre de Brazzaville. (*b*) Centre de Brazzaville, Bangui, Libreville, Fort-Lamy. (1) Rotation annuelle qui paraît faible. Les avoirs et débits sont tirés de « Outremer 1958 » publication de l'I.N.S.E.E. Paris. (2) Rotation annuelle. (3) Rotation mensuelle. Ceci donne une très forte rotation annuelle. On constate d'importants virements-débits sur l'extérieur. Le tableau 18 précise ces données.

TABLEAU 18

Congo (Brazzaville) : chèques postaux en 1961 et de janvier à septembre 1962

Sommes en millions de F. CFA.

Année ou mois	Avoirs	Débits totaux	Rotation mensuelle
1961 Moyenne mensuelle	874,0 (1)	7.198,6	8,2
1962 Janvier	711,0	7.173,9	10,1
Février	609,6	7.393,0	12,1
Mars	721,6	7.845,8	10,9
Avril	788,1	6.040,2	7,7
Mai	696,2	6.057,0	8,7
Juin	817,7	6.294,2	7,7
Juillet	846,1	5.688,0	6,7
Août	807,7	4.953,9	6,1
Septembre	788,6	6.129,8	7,8

(1) Décembre 1961.

TABLEAU 19

Chèques postaux du Ruanda : rotations mensuelles en 1963

Sommes en francs ruandais

Mois	Avoirs	Débits	Rotation mensuelle
Janvier	37.440.301	19.003.989	0,51
Février	42.751.156	23.679.276	0,55
Mars	30.009.209	36.705.025	1,22
Avril	35.090.187	33.466.417	0,95
Mai	28.462.887	30.668.206	1,08
Juin	27.268.216	32.047.492	1,18
Juillet	22.255.556	25.357.843	1,14
Août	23.585.203	16.449.108	0,70
Septembre	34.251.452	28.261.790	0,83
Octobre	24.488.884	38.789.501	1,58
Novembre	32.288.306	20.557.260	0,64
Décembre	42.272.424	38.819.270	0,92

Nous constatons que dans l'ensemble, les rotations mensuelles avoisinent 1 à 2. La rémunération des avoirs fait aussitôt baisser cette rotation comme le montre le tableau 20.

TABLEAU 20

Rotation mensuelle dans un organisme financier rémunérant les avoirs des déposants

Mois	Débits	Avoirs	Rotation mensuelle
1963 Avril	—	320.031	—
Mai	190.220	605.423	0,3
Juin	784.191	2.022.576	0,4
Juillet	1.103.580	2.932.029	0,4
Août	2.277.974	3.138.361	0,7
Septembre	1.920.525	4.210.332	0,5
Octobre	3.471.421	4.722.130	0,7
Novembre	3.937.841	5.620.847	0,7
Décembre	4.886.097	5.607.767	0,9
1964 Janvier	5.007.186	5.792.115	0,9
Février	5.372.150	7.349.811	0,7
Mars	6.541.715	8.780.845	0,7
Avril	7.339.378	10.676.973	0,7
Mai	9.348.160	11.023.667	0,8
Total (Rotation 14 mois)			8,4

Ce service a commencé à fonctionner en avril 1963. Le taux de rémunération est très intéressant pour la clientèle dont les revenus mensuels sont assez importants. Il est intéressant d'en déduire l'épargne moyenne globale de cette clientèle qui se trouve placée sur ces comptes. La formule (4) donne x = 53%.

Pour en terminer avec ce tableau remarquons le fait suivant : un service qui commence à fonctionner a tout d'abord une faible rotation, ce qui est normal puisque les premières opérations sont surtout des crédits approvisionnant les nouveaux comptes ouverts. Puis la rotation croît et semblerait (nous n'avons pas assez de séries pour être catégoriques) diminuer par la suite (cf. France, Israël).

Remarque importante sur le calcul de R. — Le calcul de R suppose :

1. M constant ce qui n'est évidemment pas le cas dans la pratique mais on peut admettre des fluctuations assez faibles.

2. L'unité élémentaire adoptée est la journée (sauf avis contraire comme nous allons le voir).

3. Les agents observent la règle fondamentale suivante : on ne dépense, au maximum, que la totalité de l'avoir possédé en début de période élémentaire **sans anticiper les revenus de cette période élémentaire.**

La non-observation de ces trois hypothèses risque de créer des confusions graves. Précisons ceci sur un exemple : une banque travaille avec des vacations d'une demi-journée (i. e. deux vacations par jour) :

Heure	Avoir	Débit à/c de 8 h.	Crédit à/c de 8 h.
8 H.	100	—	—
12 H.	1.100	—	1.000
....	....	....	....
Les clients peuvent avoir à 12. 00 leur situation de midi (par téléphone par exemple)			
....	....	....	....
18 H.	100	1.000	—

Ce système ne peut raisonnablement fonctionner qu'avec un petit nombre de comptes, donc avec des clients importants ou bien dans le cas d'une banque « de famille ».

Supposons que l'on oublie ou ignore que la période élémentaire est égale à une demi-journée, on trouve alors :

$$f = \frac{1.000}{100} = 10$$

$$\text{R (annuelle ; journée)} = 3.650 > 365$$

Ceci est évident et le calcul le plus correct (1) donne :

$$f = \frac{1}{2}\left(\frac{0}{100} + \frac{1.000}{1.100}\right) = 0{,}45$$

$$\text{R (annuelle ; demi-journée)} = 329 < 730$$

(1) Les avoirs sont essentiellement variables.

Un risque d'erreur plus subtil se rencontre lorsque l'on n'observe pas la troisième hypothèse, i. e. quand les agents peuvent anticiper leurs revenus de la journée. Ainsi à l'Institut d'Emission Malgache on tient deux situations (1) : le jour de *position* et le jour de *valeur* : un chèque de x F est tiré le 10 juin par exemple et parvient le 12 juin à l'Institut. La banque sur laquelle le chèque est tiré est débitée de x F le 12 juin (jour de position) et de x F le 10 juin (jour de valeur). Si cette banque a un découvert sur sa situation de valeur (et dans ce cas seulement) elle doit payer des intérêts à l'Institut. Comme les banques n'ont pas, grâce à ce système, à s'inquiéter des délais de transmission, elles peuvent s'arranger pour avoir une situation de valeur créditrice. Tel n'est pas le cas du *vulgum pecus* des Chèques Postaux par exemple : en France du moins, le travail se déroule comme suit : on réceptionne le courrier matinal et la première demi-vacation est consacrée aux débits, la deuxième étant réservée aux crédits ; par conséquent si, avec un solde initial insignifiant, on présente un chèque de 1.000 F de débit et un chèque créditeur de 1.500 F, on sera considéré comme ayant tiré à découvert de 1.000 F — ε à midi et pénalisé comme tel et le solde du soir sera cependant créditeur de 500 F + ε. Revenons aux correspondants de l'Institut d'Emission. Supposons qu'au début d'une journée l'avoir d'une banque s'élève à 1.000 et qu'elle escompte un crédit de 100.000 au cours de cette même journée ; comme son avoir n'est pas rémunéré par l'Institut d'Emission, elle débitera son compte au minimum raisonnable 1.000 par exemple, d'où débit de 100.000 : avoir en fin de journée 1.000, début de la journée 100.000

$$p = \frac{100.000}{1.000} = 100$$

$$\text{R (annuelle)} = 36.500 > 365$$

Ici, aucun schéma n'est valable, la durée élémentaire perdant toute signification. La meilleure solution, dans l'esprit de ce qui précède (ou la moins mauvaise) serait :

$$p = \frac{\text{débit}}{\text{avoir initial} + \text{revenus escomptés}}$$

Ceci donnerait ici :

$$p = \frac{100.000}{101.000} = 0{,}99$$

$$\text{R (annuelle)} = 361$$

Hâtons-nous de dire que ces facilités bancaires ne sont, le plus souvent, accessibles qu'aux financiers et les opérations traitées sont, le plus souvent, purement financières : la circulation des comptes de correspondant à l'Institut d'Emission est l'huile qui permet à la machine des échanges

(1) Comptes-courants des banques. En dehors du compte courant Trésor, ce sont les seuls comptes courants existants.

interbancaires de fonctionner ; ce n'est pas la machine elle-même. Le tableau 21 que nous devons à l'obligeance de l'Institut d'Emission Malgache donne une idée du comportement des correspondants bancaires.

Remarques diverses.

1. Soient deux distributions de dépenses f_1 (δ) et f_2 (δ) définies sur un même intervalle (m, M). Il est immédiat que :

$$E(\delta_1) \leqslant E(\delta_2) \rightleftarrows R_1 \leqslant R_2$$

puisque $R = k \dfrac{E(\delta)}{M - m}$. Considérons une distribution $f_s(\delta)$ symétrique :

$E(\delta_s) = \dfrac{M - m}{2}$ et $R_s = \dfrac{k}{2}\left(1 - \dfrac{m}{M}\right) \sim 180$ puisque, en général $m \leqslant M$. Or, les R que nous avons rencontrés sont tous nettement inférieurs à 180 ce qui nous amène à penser, avec une certaine certitude, que ces distributions, probablement unimodales ont un mode très à gauche comme les lois de Galton usuelles.

2. — Nous avons supposé les dépenses journalières d_i variables aléatoires $E(d_t) = d$, Var $(d_t) = \sigma^2$. Supposons-les, de plus, indépendantes. T suit alors une loi sensiblement normale pour k assez grand, d'espérance mathématique égale à RM et de variance égale à $k\sigma^2$.

6. — Rotation et développement économique

Le lecteur sera peut-être tenté, comme nous l'avons été, d'interpréter les tableaux précédents (qui se rapportent à la monnaie scripturale et non à la masse monétaire globale) en associant la rotation à un stade de développement économique. La réponse à cette question doit être plus nuancée car une rotation élevée n'est pas forcément l'indice d'un développement économique *général* avancé. On peut, en effet, concevoir des situations comme :

a) Economie de journaliers vivant sans épargne notable : la rotation annuelle est voisine de 365.

b) Economie de latifundia avec fort secteur non monétaire et une classe de propriétaires peu entreprenants, donc forte encaisse oisive : rotation faible.

c) Economie dynamique, dont la population, éduquée, minimise systématiquement ses encaisses (avec éventuellement, de forts investissements à l'étranger).

d) Economie développée en plein marasme ou dans l'expectative : la population composée de petits épargnants n'ose investir à cause des incertitudes planant sur l'avenir et maintient ainsi, par la force des choses, son épargne sous forme d'encaisse oisive : rotation diminuée.

e) Economie sous-développée avec fort secteur non monétaire et petit secteur moderne dynamique qui minimise ses encaisses ou expatrie son épargne : forte rotation.

TABLEAU 21

Situation (jour de valeur) des quatre banques malgaches, début 1964
(en F.M.G.)

Date de Valeur	Janvier 1964		
	Débit	Crédit	Soldes
		Solde au 31-12-63	96.446.825
1			
2	506.083.519	420.233.709	10.597.015
3	330.610.701	141.365.271	— 178.648.417
4			
5			
6	3.442.895.190	2.113.039.552	— 1.508.504.055
7	130.465.784	2.033.330.339	394.360.500
8	281.811.679	337.430.710	449.979.531
9	341.652.477	302.673.961	411.001.015
10	544.083.086	372.616.724	239.534.653
11			
12			
13	566.061.464	746.124.033	419.597.222
14	448.972.156	184.406.991	255.032.057
15	489.330.040	486.812.168	252.514.185
16	324.071.695	800.160.358	728.602.848
17	364.447.208	387.214.620	751.370.260
18			
19			
20	1.696.990.127	1.299.864.635	354.244.768
21	475.372.127	344.043.622	222.916.263
22	148.117.204	258.681.498	333.480.557
23	202.328.587	449.014.613	580.166.583
24	432.760.369	314.431.696	461.837.910
25			
26			
27	912.678.706	585.744.839	134.904.043
28	280.833.717	189.578.771	43.649.097
29	459.962.697	443.152.827	26.839.227
30	738.926.351	830.434.318	118.347.194
31	771.294.274	752.448.801	99.501.721

TABLEAU 21 (suite)

Date de Valeur	Février 1964		
	Débit	Crédit	Soldes
1			99.501.721
2			
3	1.077.351.527	1.034.070.172	56.220.266
4	493.738.284	457.739.536	20.221.518
5	440.118.614	393.512.799	— 26.384.302
6	472.249.341	670.448.679	171.815.036
7	382.084.844	302.802.506	92.532.698
8			
9			
10	951.336.659	893.674.495	34.870.534
11	259.313.910	439.831.276	275.387.900
12	315.538.308	363.317.290	263.166.882
13	325.806.021	184.002.259	121.363.120
14	319.645.292	246.940.609	48.658.437
15			
16			
17	808.516.086	665.466.096	— 94.391.553
18	136.028.800	410.166.187	179.745.834
19	166.471.656	222.678.123	235.952.301
20	466.840.873	286.987.390	56.098.818
21	260.569.395	270.626.891	66.156.314
22			
23			
24	469.745.099	626.416.149	222.827.364
25	416.528.312	392.626.305	198.925.357
26	399.630.184	308.405.829	107.701.002
27	236.153.663	439.620.599	311.167.938
28	1.123.286.365	875.998.326	63.879.899

TABLEAU 21 (suite)

Date de Valeur	Mars 1964		
	Débit	Crédit	Soldes
1			63.879.899
2	1.165.460.352	848.564.371	— 253.016.082
3	262.805.821	440.585.281	— 75.236.622
4	798.494.309	771.325.244	— 102.405.687
5	990.790.148	1.020.033.806	— 73.162.029
6	320.977.819	362.276.109	— 31.863.739
7			
8			
9	978.961.748	883.993.619	— 126.831.868
10	391.773.094	448.317.761	— 70.287.201
11	149.640.556	373.033.595	153.105.838
12	275.807.555	234.063.570	111.361.853
13	449.933.911	422.335.417	83.763.359
14			
15			
16	607.957.533	548.145.397	23.951.223
17	348.810.169	392.227.096	67.368.150
18	195.186.231	179.901.087	52.086.006
19	135.843.448	313.157.158	229.399.716
20	533.119.419	467.299.281	163.579.578
21			
22			
23	1.301.897.960	1.255.490.319	117.171.937
24	242.458.935	286.505.825	161.218.827
25	363.205.632	351.823.445	149.836.640
26	695.591.004	516.318.017	— 29.436.347
27	351.046.928	235.393.429	— 145.089.846
28			
29			
30			
31	3.681.424.125	3.855.261.696	28.747.725

Cette question nous amène à formuler l'hypothèse suivante : *pour une structure économique donnée, la rotation globale de la masse monétaire est sensiblement constante.* En effet, une collectivité a à faire face à des paiements assez permanents (en % de la masse monétaire globale) dus aux dépenses de consommation ou de fonctionnement courantes (les dépenses de spéculation étant supposées faibles par rapport à la masse des paiements) ; les modes de paiement, eux, sont plus variables et peuvent évoluer plus vite que les habitudes de consommation (ou de dépense) ; posons donc R rotation globale, s rotation scripturale, f rotation fiduciaire, x pourcentage de monnaie scripturale :

$$MR = M_s s + M_f f \qquad M = M_s + M_f \qquad x = \frac{M_s}{M}$$

d'où $\quad R = xs + (1 - x)f$

et R, moyenne pondérée, est compris entre s et f

$$\min(s, f) \leqslant \mathrm{R} \leqslant \max(s, f);$$

puisque $d\mathrm{R} = 0$,

$$(s - f)\,dx + x\,ds + (1 - x)\,df = 0$$

Soit $\quad dx \geqslant 0$

Si $\quad s - f \geqslant 0 \qquad x\,ds + (1 - x)\,df \leqslant 0$

et l'on a, entre autres, les situations suivantes :

$ds \geqslant 0 \quad df \leqslant 0$ avec $|df| < |ds|$ possible pour $x < \frac{1}{2}$

$ds \leqslant 0 \quad df \leqslant 0$ avec $|df| < |ds|$

$ds \leqslant 0 \quad df \geqslant 0$ avec $|df| < |ds|$

Si $\quad s - f \leqslant 0 \qquad x\,ds + (1 - x)\,df \geqslant 0$

et, $ds \geqslant 0 \quad df \geqslant 0 \quad |df| < |ds|$ possible pour $x < \frac{1}{2}$

$ds \leqslant 0 \quad df \geqslant 0 \quad |df| < |ds|$

$ds \geqslant 0 \quad df \leqslant 0 \quad |df| < |ds|$

Or, on peut supposer $\left(\text{surtout si } x > \frac{1}{2}\right)$ que les variations de f soient de faible amplitude vis-à-vis de ds : les espèces servant surtout aux dépenses courantes et non aux opérations purement financières (d'ordre plus spéculatif (1)). Dans ce cas si pour $dx \geqslant 0$, on observe $ds \leqslant 0$, on serait placé dans le cas $s - f \geqslant 0$ et $s \geqslant f$. Si donc la rotation des chèques postaux reflète bien la rotation scripturale (voir tableaux 3 et 22) la monnaie fiduciaire tournerait moins vite que la scripturale en France. Ce serait aussi le cas en Israël et aussi à Madagascar (2) à en juger d'après les graphiques 5

TABLEAU 22

Pourcentage de la monnaie scripturale par rapport à l'ensemble des disponibilités monétaires : évolution pour quelques pays de 1951 à 1960

En %

	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958	1959	1960
Allemagne fédérale	52	49	49	52	52	52	53	55	57	56
France	48	49	50	51	51	51	53	53	58	58
Israël	62	59	56	58	59	56	60	62	64	66
Mexique	49	49	51	48	52	52	52	51	54	54
Etats-Unis	79	78	78	78	80	80	80	80	79	79

(1) En France les paiements excédant 1.000 F doivent être faits par chèque.

(2) Résultat, à première vue, surprenant pour qui est un peu familiarisé avec le pays : salariés payés très souvent à la quinzaine et moins, avec de faibles encaisses oisives ; cependant le vaste monde rural avec ses salaires monétaires occasionnels (longue périodicité) et la part importante des salaires administratifs (mensuels) peuvent contrebalancer cet état de chose. Mais faute d'enquêtes sur la périodicité des revenus monétaires et, par type de périodicité, sur l'encaisse oisive on est réduit aux conjectures. Ajoutons qu'il est possible, dans le cadre de nos hypothèques, que $s < f$. On peut, en

et 6 (voir tableaux 1 et 23). Le graphique 5 indiquerait de plus que la rotation des comptes postaux serait plus forte que la rotation de la monnaie autre que celle des chèques postaux. Donc la rotation bancaire serait plus faible que la postale. Ce raisonnement, rappelons-le, suppose que la rotation des chèques postaux reflète bien la rotation scripturale dans son ensemble, ce qui semble être le cas pour Madagascar. Il est donc intéressant à ce propos d'étudier la rotation de la monnaie bancaire, étude qui sera faite un peu plus loin (Signalons que les droites ajustées l'ont été graphiquement sans aucunement faire appel à des ajustements analytiques).

On peut retrouver les mêmes conclusions, en raisonnant plus simplement : toujours en supposant $dR = 0$, $df \leqslant ds$ et dx on a :

$$(s - f)\,dx + x\,ds \sim 0$$

et $$\frac{ds}{dx} = -\frac{s - f}{x} = \frac{f - R}{x^2} = \frac{\partial s}{\partial x}$$

Si $s \leqslant f$, $s \leqslant R \leqslant f$, $s'_x \geqslant 0$ s croît avec x

Ou, si $s \geqslant f$, $f \leqslant R \leqslant s$ $s_x' \leqslant 0$ s décroît quand x croît.

Autre remarque : toujours en supposant df très petit et $dR = 0$: si $s'_x \sim 0$ $s \sim f$. Donc *plus la pente est petite, plus l'écart entre* s *et* f *se réduit.*

Il est donc intéressant quand on s'intéresse à l'estimation de la rotation *totale* de savoir lequel des deux coefficients s et f est le plus grand et, si l'on a présent à l'esprit la formule (4), tout se ramène à la question de savoir où se place principalement l'encaisse oisive : en monnaie fiduciaire ou en monnaie scripturale. Dans tel pays, l'encaisse oisive, hors des dépôts porteurs d'intérêt (peu familiers au public qui laisserait donc son épargne sous forme d'encaisse stérile) englobe une forte partie de l'épargne et se place en billets. Donc $s \geqslant f$ et, de plus, R faible. Dans tel autre pays, le public, plus averti, utiliserait au maximum les dépôts rémunérateurs pour placer l'épargne proprement dite (d'où forte rotation R) ; les comptes-courants stériles seraient utilisés pleinement pour les grandes dépenses courantes, l'encaisse oisive serait surtout constituée par les retraits périodiques d'argent en espèces et serait destinée non à l'épargne mais à faire face aux menues dépenses ; on éviterait d'épuiser trop rapidement cette encaisse en espèce car aller retirer de l'argent à la banque demande du temps, un temps qui se place souvent à des heures incommodes dans certains pays — là aussi $s \geqslant f$. Ces deux exemples (et on pourrait en imaginer d'autres) montre que la rotation scripturale (ou fiduciaire) dépend certes du développement économique, mais aussi d'autres facteurs plus ou moins complexes.

Il semblerait qu'en période troublée (guerre etc.) la rotation scripturale devienne plus faible (1). Une première explication est fournie par le ralentissement de l'activité économique. Une deuxième découlerait du moratoire des banques, des comptes bloqués etc. qui augmenteraient l'encaisse oisive scripturale : en effet, ce phénomène pourrait être contrebalancé par des retraits en espèces, la monnaie-papier étant considérée comme plus

effet, avoir, pour $x < 1/2$, $x\,ds + (1 - x)\,df > 0$ et $ds < 0$, $df > 0$ mais comme pour Madagascar $x \sim 1/2$ et $ds \gg df$ ceci est peu probable.

(1) Voir, en particulier, les tableaux 3, 6, 8 et 10.

TABLEAU 23

Composition de la masse monétaire malgache de 1954 à 1961

Année et mois	Monnaie totale en millions de FMG	Monnaie scripturale		Avoir en % aux C.C.P. par rapport à la	
		millions de FMG	% par rapport à la monnaie totale	monnaie scripturale	monnaie totale
			(1)	(2)	(3)
1954 (*a*)	15.037	5.817	38,7	4,5	1,7
1955 (*a*)	16.927	6.952	41,1	6,3	2,6
1956 (*a*)	18.663	8.038	43,1	7,5	3,2
1957 (*a*)	20.002	8.272	41,4	8,2	3,4
1958 (*a*)	21.043	7.841	37,3	10,1	3,8
1959 (*a*)	21.939	8.419	38,4	11,0	4,2
1960 :					
Janvier	20.926	8.028	38,4	11,6	4,5
Février	20.206	7.770	38,5	11,8	4,5
Mars	19.990	7.673	38,4	11,2	4,3
Avril	20.046	7.774	38,8	11,4	4,4
Mai	20.238	7.995	39,5	11,2	4,4
Juin	19.788	7.596	38,4	11,8	4,5
Juillet	20.053	7.454	37,2	12,9	4,8
Août	20.372	7.670	37,6	11,0	4,1
Septembre	21.010	7.725	36,8	12,2	4,5
Octobre	21.734	8.136	37,4	11,8	4,4
Novembre........	21.375	8.083	37,8	12,3	4,6
Décembre	22.017	8.739	39,7	11,5	4,6
1961 :					
Janvier	21.319	8.587	40,3	11,7	4,7
Février	21.539	8.935	41,5	11,9	4,9
Mars	21.740	9.029	41,5	12,2	5,1
Avril	21.750	8.973	41,3	12,6	5,2
Mai	22.296	9.265	41,6	12,5	5,2
Juin	22.319	9.669	43,3	12,8	5,5
Juillet	21.960	9.426	42,9	13,3	5,7
Août	21.932	9.309	42,4	13,6	5,8
Septembre	22.380	9.432	42,1	13,3	5,6
Octobre	22.641	9.383	41,4	12,9	5,3
Novembre........	23.140	9.834	42,5	12,7	5,4
Décembre	23.689	10.142	42,8	12,1	5,2

(*a*) Au 31 décembre — (1), (2), (3). A titre de contrôle, rappelons que (1) × (2) = (3).

sur (?) qu'un dépôt scriptural qui peut être bloqué dans les 24 heures, par simple décision administrative — ces retraits massifs donneraient, du moins à court terme, une rotation artificiellement gonflée.

Rotation mensuelle des grandes banques de Madagascar : il faut s'attendre à trouver des rotations mensuelle plus faibles que celle des comptes postaux. En effet certains des comptes bancaires sont porteurs d'intérêt, généralement faible mais suffisant pour attirer l'encaisse disponible qui veut demeurer encaisse sans, cependant, rester oisive. Une autre différence d'avec les chèques postaux se trouve dans l'existence de comptes pouvant

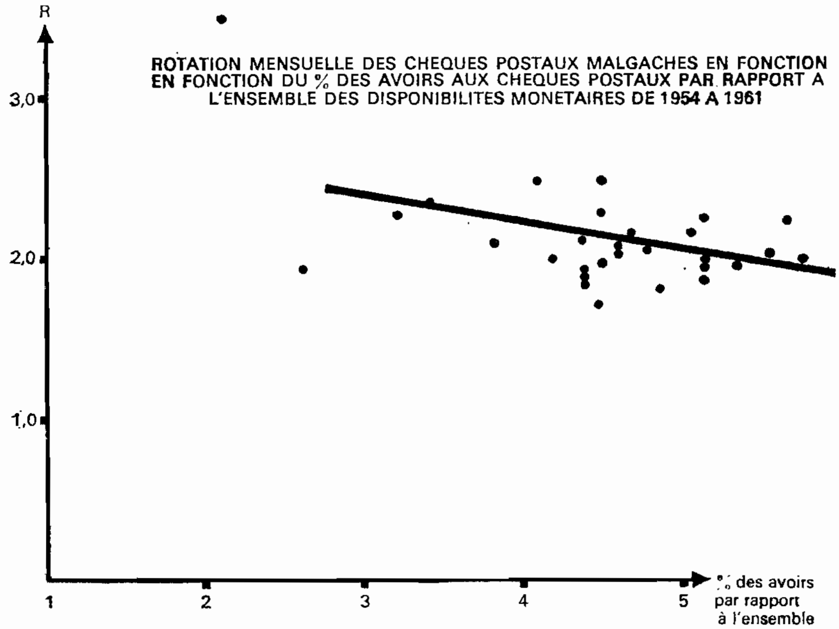


Figure 5

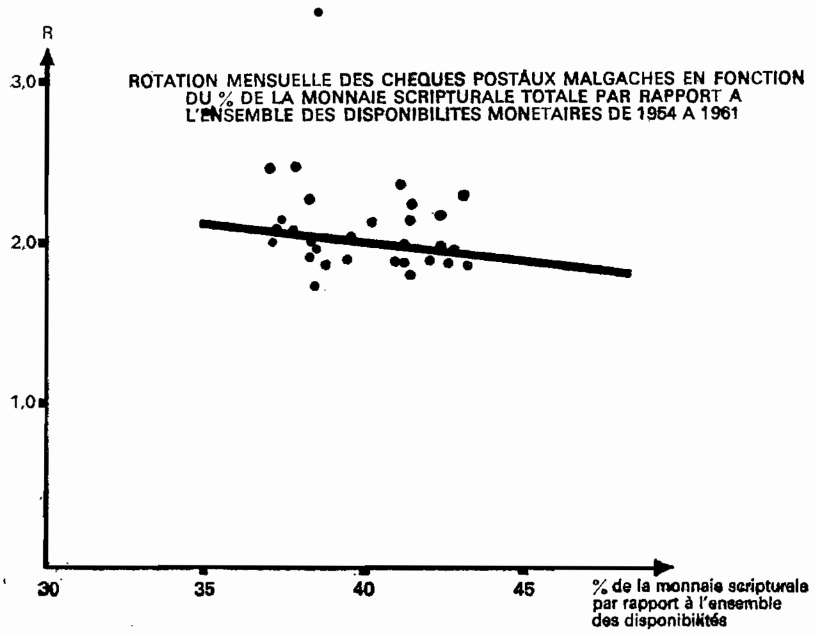


Figure 6

être débiteurs (après entente préalable du client avec la banque sur le montant maximum du « découvert »). Ici surgit un problème assez délicat : comment compter l'avoir du compte débiteur de x francs et avec un maximum de découvert autorisé de y ($x \leqslant y$) ? Il y a bien un avoir et, qui plus est, création de monnaie par la banque. C'est tout le problème de la distinction entre crédits accordés et crédits utilisés. *Si l'emprunteur reçoit en toute propriété la totalité du crédit accordé,* c'est-à-dire *s'il est astreint à payer les intérêts sur tout le crédit, la création de monnaie s'élève au montant de la totalité du crédit. Si par contre, le client ne paie des intérêts que sur les sommes effectivement utilisées, nous ne prendrons en considération que le crédit utilisé.* Evidemment la certitude de pouvoir obtenir un montant assez fort de crédit peut s'apparenter à la sécurité d'esprit d'un détenteur de fortes encaisses ou, du moins, peut modifier la psychologie économique de l'emprunteur en puissance mais la considération du crédit potentiel conduit à des difficultés inextricables à tout point de vue, d'autant plus que la banque accorde volontiers des plafonds de découverts importants aux clients qui ont le plus de surface et qui, par conséquent, n'ont pas tellement besoin de ces facilités sauf accidents exceptionnels. Le critère de l'intérêt payé nous conduirait donc à retenir x' tel que $x \leqslant x' \leqslant y$. Ne pouvant connaître le libellé des contrats passés par la banque en ce qui concerne les sommes effectivement porteuses d'intérêt, nous adopterons donc x comme avoir d'un compte courant débiteur. Nous n'affirmerons pas que nos schémas restent toujours rigoureusement valables. Ceci s'apparente à ce que nous avons déjà dit des correspondants de l'Institut d'Emission.

S'y rattache aussi le cas très délicat du compte courant d'un client comme le Trésor qui jouirait de découverts considérables (dans des limites raisonnables) et, de plus, ne serait pas astreint à paiement d'intérêt : déterminer l'avoir du Trésor est alors extrêmement complexe.

Le tableau 24 donne les rotations mensuelles de trois des quatre banques de Madagascar. La quatrième, malheureusement, n'ayant pu ou voulu donner des renseignements plus complets.

Signalons que certaines opérations d'ordre n'ont pu être éliminées. Prenons un exemple : un client demande une avance de x F ; deux comptes jouent simultanément : le compte-courant qui est crédité de l'avance de x F et le compte-avance qui est débité du même montant. Si la comptabilité ne permet pas, statistiquement, d'éliminer les comptes d'avances de l'ensemble des comptes-courants il est évident que le débit total va enregistrer un débit purement comptable de x F. *Par conséquent, la rotation est artificiellement gonflée,* sans qu'on puisse savoir de combien. Enfin, les soldes créditeurs (voir *supra*) sont mal saisis puisque certains crédits viennent en remboursement d'avance sur ces comptes-courants et diminuent ainsi les avoirs ce qui gonfle la rotation.

Il suffit de comparer rapidement les tableaux 1 et 24 pour voir immédiatement affirmer que la *rotation bancaire est plus faible que la postale.* Rien d'étonnant à cela puisque certains comptes sont rétribués. Naturellement *les comptes-courants ont une rotation plus forte* puisque les débiteurs ont tout intérêt à utiliser au mieux leurs avances. Si nous comparons avec le tableau 20 où nous avons affaire à des comptes de chèques tous porteurs d'intérêt, nous constatons une vitesse sensiblement égale à celle des comp-

TABLEAU 24

Rotations mensuelles de trois des quatre banques malgaches en 1963 et 1964

Mois	Banque n° 1		Banque n° 2		Banque n° 3	Ensemble des banques
	Comptes de chèques	Comptes courants	Comptes de chèques	Comptes courants	Ensemble des comptes	Ensemble des comptes
1963 Juillet	0,8	1,2	0,8	1,5	1,3	1,15
Août	0,7	0,9	0,8	1,2	2,1	1,00
Septembre	0,7	0,9	0,8	1,3	3,2	1,08
Octobre	0,7	1,1	0,9	1,8	4,0	1,30
Novembre	0,7	0,9	0,7	1,4	4,9	1,19
Décembre	0,8	1,1	0,9	1,3	7,0	1,42
1964 Janvier	0,7	1,1	0,8	1,8	4,8	1,33
Février	0,6	0,9	0,6	1,3	1,5	0,92
Mars	0,7	1,1	0,6	1,4	3,4	1,17
Avril	0,7	1,0	0,6	1,7	3,4	1,17
Mai	0,7	0,9	0,6	1,0	5,5	1,11

tes de chèques du tableau 24 ; cependant l'intérêt de cette dernière comparaison est ailleurs : les intérêts versés aux comptes du tableau 20 rétribuent tous les comptes et sont plus intéressants que ceux du tableau 24 ; or, la rotation est à peu près la même, ce qui amènerait à conclure que les dépositaires effectuent leurs dépenses sans trop se préoccuper des taux qui sont quand même assez faibles (de l'ordre de 1% l'an). Dans la banque n° 3, on nous a affirmé avoir éliminé les opérations d'ordre, alors que dans la n° 1, on nous a au contraire mis en garde contre lesdites opérations...

Pour en terminer avec ces quelques considérations sur la rotation totale et ses composantes — signalons, pour mémoire, une hypothèse (sorte d'hypothèse keynésienne) qui pourrait être faite : **R décroîtrait à long terme avec l'élévation du niveau de vie donc avec le développement économique.** Cela pourrait être, mais on pourrait concevoir que la diminution des dépenses de consommation soit largement annulée par la croissance des opérations purement financières et qu'au contraire, ces opérations croissant rapidement avec le développement économique, R croîsse à long terme au lieu de décroître.

7. — Encaisse moyenne, taux de liquidité. Liquidité et dépression. Liquidités nationales et internationales

Nous venons de parler d'encaisse oisive ; il serait bon de préciser ce que l'on entend par encaisse oisive. Considérons la période élémentaire n° *i*. La dépense totale au cours de cette période est d_i; l'encaisse oisive, c'est-à-dire la monnaie inactive est :

$$e_i = M - d_i$$

d'où l'encaisse moyenne

$$e = M - E(d_i) \quad \text{et}$$

$$\boxed{e = M\left(1 - \frac{R}{k}\right)} \qquad (8)$$

Remarque. — La notion d'encaisse moyenne nous permet de résoudre facilement le problème de l'agrégation vu dans le schéma de la vitesse moyenne au chapitre 1.

Soient donc pour les catégories d'agents (indice j) les avoirs m_{ji}, les dépenses d_{ji}, les encaisses e_{ji} pour la durée élémentaire i; nous avons :

$$e_{ji} = m_{ji} - d_{ji} \quad \text{et} \quad E_i = \sum_j e_{ji} \qquad M = \sum_j m_{ji} \qquad d_i = \sum_j d_{ji}$$

en prenant les espérances mathémathiques de e_j, m_j, d_j, on trouve

$$E = \sum_j e_{ji}\ d = \sum_j d_j, M = \sum_j m$$

d'où, puisque $e_j = m_j - d_j$ et en posant : $kd_j = r_j\, m_j$,

on retrouve : $$\boxed{R = \sum \frac{m_j}{M} r_j}$$

qui est la formule de la page 90. *De plus, la formule de définition donnant r_j* (et qui est ici une pure tautologie !) *permet de justifier les calculs de la page* 82 qui ont conduit à la formule (4), calculs qui, avouons-le, avaient un rapport assez lâche avec le modèle de la vitesse moyenne (en particulier : avoir essentiellement variable).

On peut aussi définir un taux de liquidité instantanné t_i et un taux moyen t par

$$t_i = \frac{e_i}{M} \quad \text{et} \quad \boxed{t = \frac{e}{M} = 1 - \frac{R}{k}} \qquad (9)$$

d'où

$$\boxed{Mk(1 - t) = T} \qquad (10)$$

Nul ne peut descendre au-dessous d'un taux de liquidité minimum t_0 sans que son activité économique n'en soit gravement affectée. Si un agent particulier peut être actif avec un taux très faible, une collectivité doit avoir un taux minimum moyen assez élevé pour pouvoir fonctionner normalement puisque :

$$t = \sum_{j=1}^{N} \frac{M_j}{M} t_j$$

(en appelant t_j le taux de liquidité de l'argent j (N agents) et M_j l'avoir moyen de cet agent) ; en effet, t étant une moyenne pondérée des t_j, une faible valeur de t entraîne pour certains agents (parmi ceux dont le taux moyen est inférieur à la moyenne) une paralysie économique qui, par répercussion, affecte l'activité économique générale.

La considération du taux de liquidité permet de mettre en lumière le fait suivant : une dépression économique est synonyme de baisse de l'activité économique, c'est-à-dire ralentissement des échanges. On peut alors se demander si des causes accidentelles et purement monétaires peuvent engendrer une crise et, surtout, la maintenir. Les entraves à l'échange économique peuvent être monétaires (insuffisance de liquidités), matérielles ou structurelles (insécurité, précarité des communications, cadre institutionnel inadapté : octrois, paperasserie etc.) ou psychologiques (anticipation d'un mouvement de prix). Quoi qu'il en soit, l'examen des quelques séries longues données dans cet article montre que *R baisse en période de troubles.* Mais si la rotation de l'argent diminue, corrélativement *le taux* de *la liquidité augmente* et c'est ce qui nous permet de souligner les deux points essentiels suivants :

1° En période de crise, l'argent n'est rare qu'en apparence ; *bien au contraire, il est abondant, mais mal réparti* (il s'accumule chez les agents passifs et fait défaut aux agents dynamiques qui pourraient relancer l'activité économique).

2° Théoriquement, le taux de liquidité devrait être un autorégulateur de l'activité économique, mais : les prix résistent à la baisse et d'autres entraves à l'activité économique apparaissent aussitôt, comme nous allons le voir.

Soit donc un freinage des échanges par manque de liquidités, le sommet de l'activité faisant place à une crise prolongée. Alors trois causes successives entrent en jeu — la première, monétaire, cristalise une situation devenue critique, permettant aux causes structurelles puis psychologiques de se manifester : Plaçons-nous en un sommet de l'activité économique ; l'euphorie est générale mais un simple freinage monétaire met en évidence une structure précaire où certains éléments, en général très dynamiques, se sont laisser aller à des imprudences de trésorerie, voire budgétaires. La mise hors jeu de ces éléments dessille les yeux de tous et chacun ralentit son activité, sinon par nécessité, du moins par prudence. Bref, la structure économique est modifiée : bon nombre d'éléments dynamiques manquent de fonds, par contre les agents passifs voient s'accroître leurs encaisses. La psychologie collective est alors orientée dans le sens d'une grande prudence et de l'expectative de la baisse. La fin de la dépression s'amorce quand les agents passifs redeviennent actifs ou lorsqu'une injection judicieuse de monnaie renfloue les caisses des agents précédemment ou potentiellement dynamiques. La tension sur les prix et les occasions de faire de bonnes affaires modifient la psychologie des apathiques et l'on s'aperçoit que l'argent est « redevenu abondant », (M n'a pas évolué sauf cas de la contraction des crédits bancaires).

Le problème de la liquidité est donc lié à la considération de t **et non à celle de** M (du moins directement). Ainsi dans le problème si actuel de la liquidité internationale, *il conviendrait de recenser*, sur les plans théorique et pratique *tous les moyens de paiements internationaux* liés au commerce extérieur, *déterminer une période élémentaire convenable* (difficultés dues aux fuseaux horaires). Puis *essayer d'estimer R*, ce qui donne t. Par ailleurs, il convient de *déterminer le minimum* t_0 *de* t *compatible avec un commerce international convenable*, puis **la comparaison de t à t_0 permet de répondre à la question de savoir si la liquidité est satisfaisante.** L'étude détaillée, sur le plan statistique, de R doit permettre de dégager les facteurs influants (M, structure des mécanismes de paiement etc.) et de déterminer, le cas échéant, le ou les remèdes. Le problème est ardu, comme nous allons le voir au chapitre VIII.

Pour finir, disons un mot de l'épargne monétaire. Si l'on s'attaque à ce problème sans arrière-pensée, on peut s'interroger sur la question de savoir *si l'épargne est un stock ou un flux*. Le statisticien, ne connaissant pas les intentions des épargnants (épargnants purs et épargnants-investisseurs), sera tenté de considérer l'épargne comme un stock, un reste, des économies au sens banal du terme. L'arrière-pensée qui lie une partie des « économies » à des dépenses futures d'investissements réels (nous passons sur les difficultés de définition créées par cette notion) l'empêchera d'identifier encaisse oisive et épargne monétaire. Les considérations développées au chapitre IV sur la contrepartie de la monnaie l'empêcheront de mettre l'épargne-stock en correspondance avec le stock de biens existants au même moment et susceptibles d'être investis. Mettre cette épargne-stock en relation avec un flux d'investissement le conduira à écrire : $Mx =$ Investissements réels, où x ne signifiera rien car au cours d'une assez longue période, l'argent est utilisé tantôt à des dépenses de consommation, tantôt à des dépenses d'investissements réels — par investissements réels, nous entendons investissements physiques car rien n'est plus trompeur que la formule « l'argent s'investit » : *l'argent se garde, se prête, sert à acquitter des dépenses réelles dont, parfois, certaines sont dites d'investissement, mais ne s'investit jamais.* L'achat d'un titre n'est pas un investissement, c'est un prêt qui ne préjuge point de l'utilisation future de l'argent prêté — Abandonnant la notion d'épargne-stock, nous sommes conduits à considérer un flux de dépenses mis en correspondance avec un flux d'investissements réels. En définissant l'activité comme dépense d'investissement et en considérant la rotation R_i correspondante (certainement variable dans le temps) on peut considérer l'épargne monétaire comme égale à

$$MR_i = \text{Investissements réels monétaires}$$

Echappent à cette égalité des investissements ne transitant pas par le marché. Si donc nous désirons sauvegarder l'égalité épargne égale investissements nous devons abandonner une notion d'épargne monétaire ayant une signification intrinsèque permettant de la mesurer objectivement et nous tourner vers des soldes de flux comptables qui recouvrent des transactions et des opérations de toute nature, monétaires et non monétaires.

8. — Le problème des facteurs déterminants de la rotation

Nous avons vu sur la formule (4) donnant V que V dépendait de x donc peut-être de la masse monétaire. Ceci est encore plus flagrant lorsque l'on examine la formule donnant R : la rotation semble dépendre de M à toutes les puissances et de la distribution des dépenses $f(\delta)$. Nous ne pourrons que poser le problème, faute de temps et de moyens : l'étude de $f(\delta)$ demandant pour pouvoir prétendre à des conclusions valables, une documentation énorme et difficile à obtenir puisque l'on doit, pour bien faire, descendre jusque la vacation journalière. Sinon nous serions contraints à une cascade d'hypothèses, chose dont nous préférons nous abstenir.

Nous avons pu, grâce à l'obligeance de l'Office des Postes Malgaches obtenir le détail des vacations journalières pour les premiers mois de 1964. Le tableau 25 nous donne l'histogramme suivant (fig. 7).

TABLEAU 25

Chèques postaux de Madagascar : distribution des débits journaliers du 1er janvier 1964 au 30 avril 1964

Montant des débits en millions de FMG

Débits journaliers	Nombre de vacations
0 à moins de 50	—
50 » 100	9
100 » 150	20
150 » 200	21
200 » 250	13
250 » 300	5
300 » 350	7
350 » 400	6
400 » 450	5
450 » 500	7
500 » 550	3
550 » 600	—
600 » 650	1
650 » 700	1
700 » 750	—
750 » 800	1
800 » 850	1
850 » 900	—
900 » 950	—
950 » 1.000	—
1.000 et plus (1)	2
Total	**102**

L'allure de l'histogramme fait immédiatement songer à une loi de Galton (loi log-normale) :

$$Z = a \log_e (x - x_0) + b$$

L'ajustement graphique classique (fig. 8) donne de bons résultats et le nuage de points sur papier gausso-logarithmique est assez linéaire. Nous n'insisterons pas davantage sur ces calculs qui, en eux-mêmes, ne présentent aucun intérêt. On trouve :

$$Z = 1{,}46 \log_e x - 7{,}81$$

En remplaçant a et b dans la formule classique :

$$m = e^{\frac{1}{2a^2} - \frac{b}{a}}$$

par les valeurs déterminées graphiquement on trouve :

$$R = 1{,}79 \text{ (moyenne mensuelle)}$$

Le tableau des débits journaliers divisé par l'avoir moyen donne :

$$R' = 1{,}95$$

(1) La plus grande des observations est comprise entre 1800 et 1850.

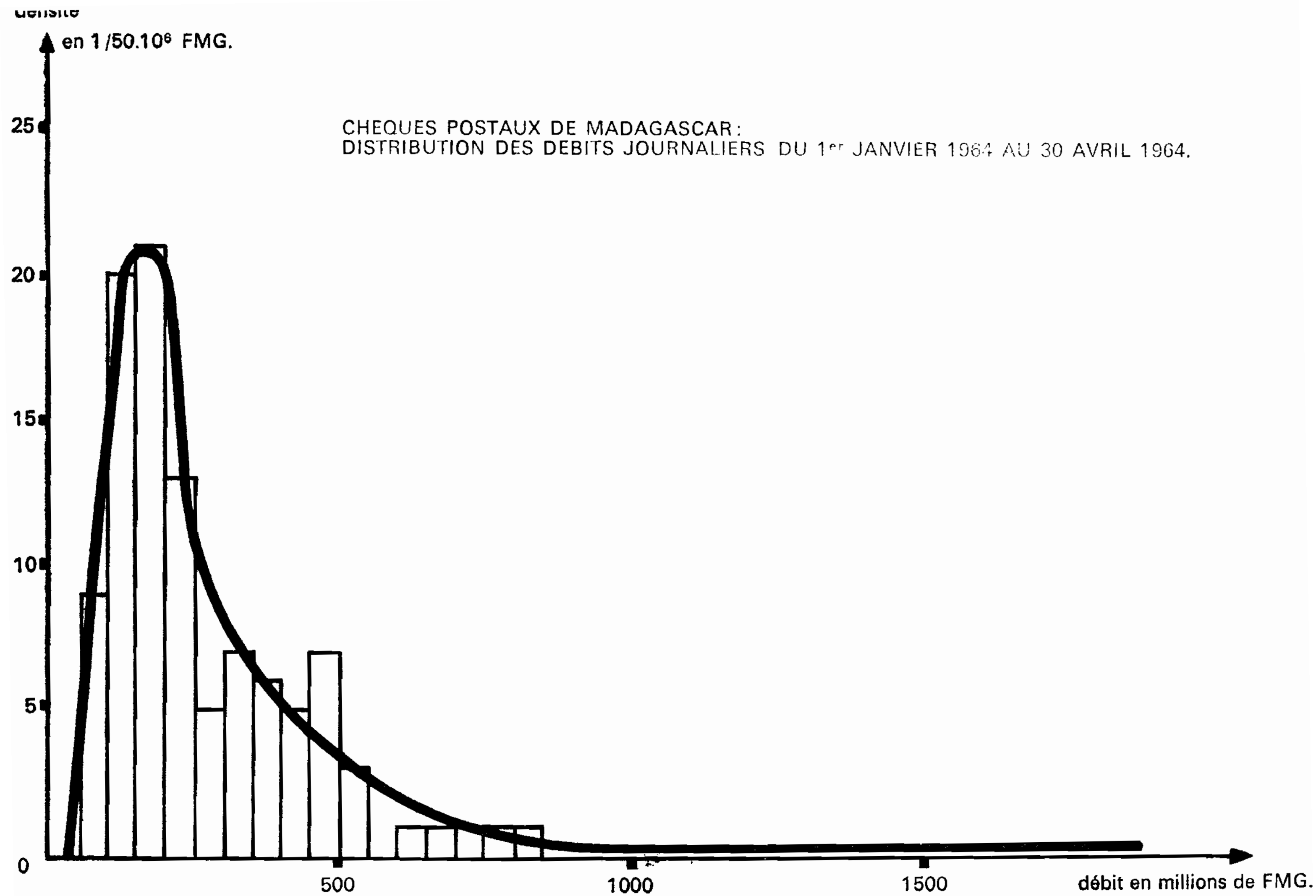

densité
en 1/50.10⁶ FMG.
25
20
15
10
5
0
CHEQUES POSTAUX DE MADAGASCAR :
DISTRIBUTION DES DEBITS JOURNALIERS DU 1er JANVIER 1964 AU 30 AVRIL 1964.
500
1000
1500
débit en millions de FMG.

Figure 7

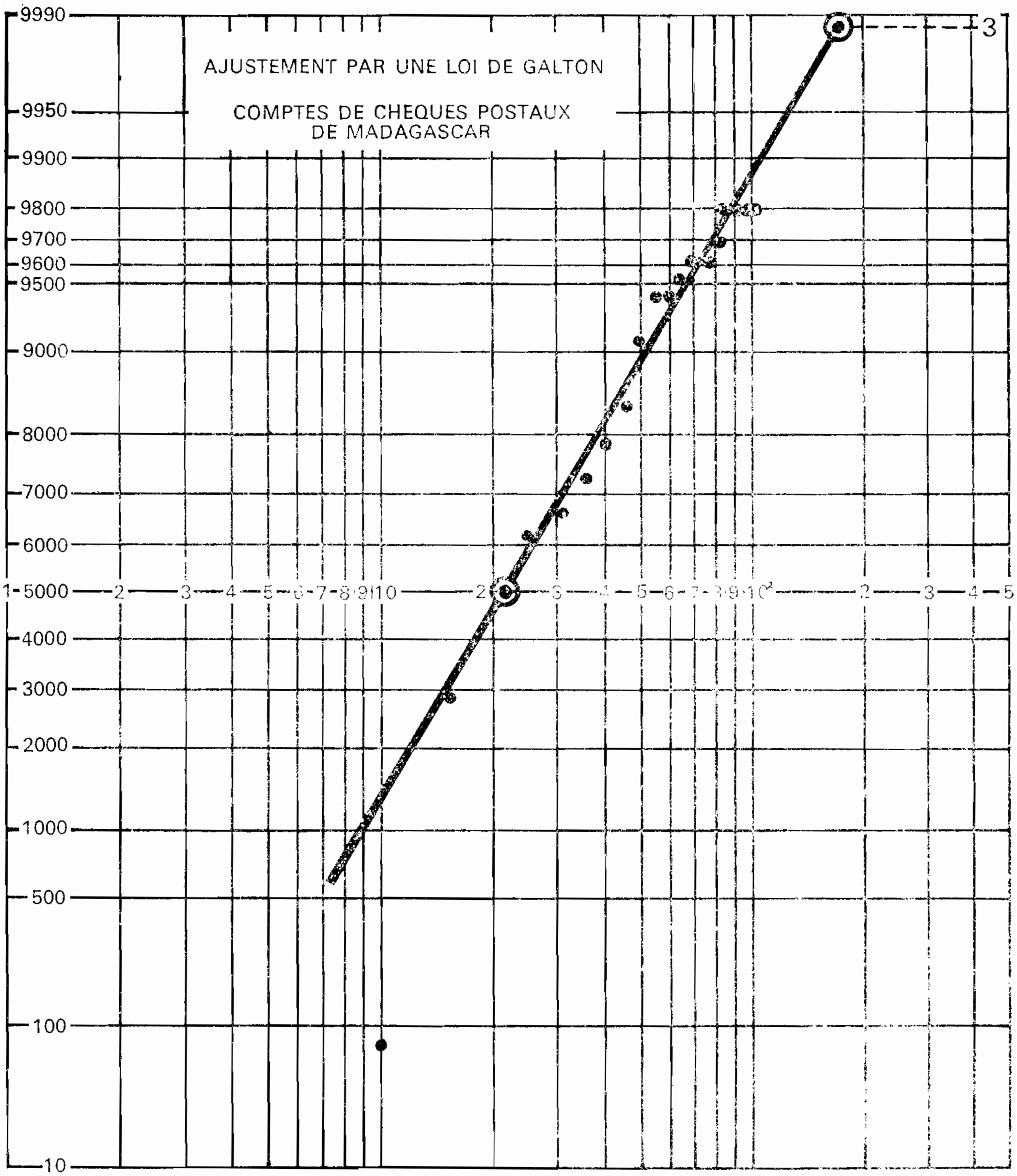

AJUSTEMENT PAR UNE LOI DE GALTON
COMPTES DE CHEQUES POSTAUX
DE MADAGASCAR
9990
9950
9900
9800
9700
9600
9500
9000
8000
7000
6000
5000
4000
3000
2000
1000
500
100
10
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
2
3
4
5
6
7
8
9
10²
2
3
4
5
3

Figure 8

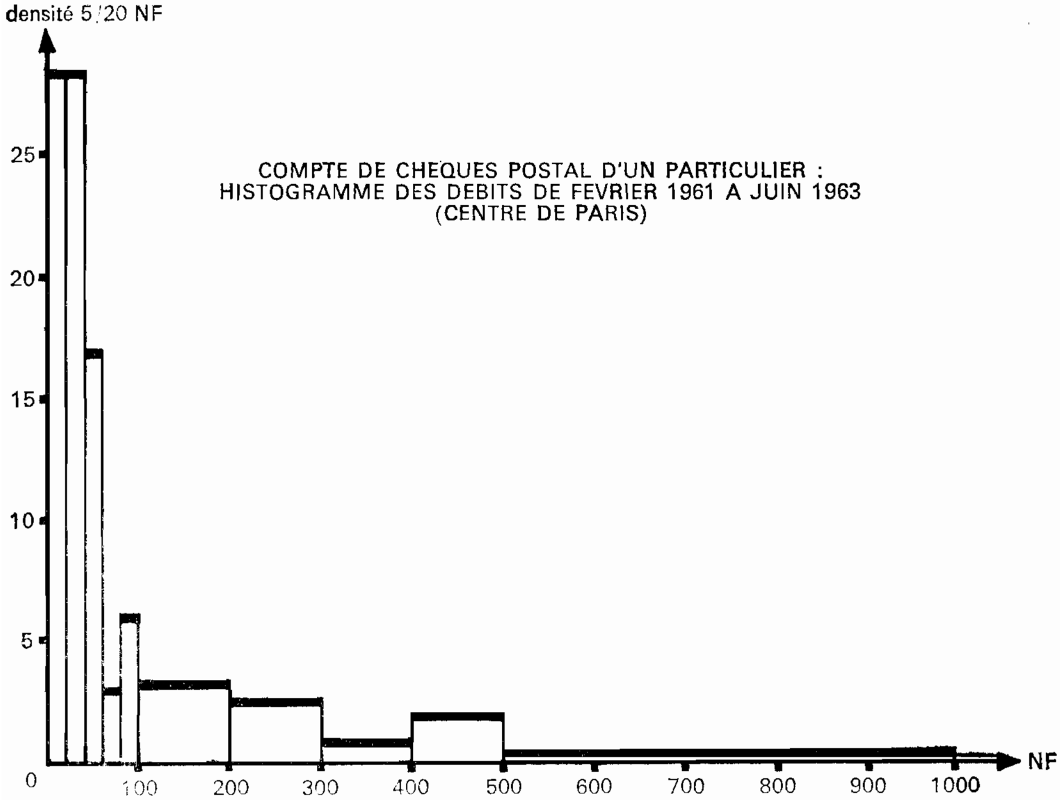


Figure 9

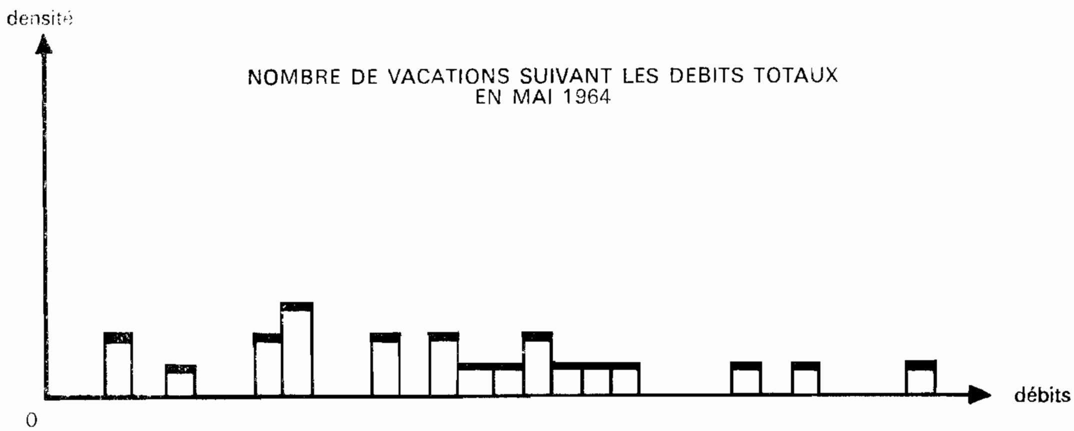


Figure 10

Un autre mode de calcul peut se faire à partir de la formule :

$$R = k\, d_0 f(d_0)$$

Il s'agit donc de déterminer d_0 (souvent deux valeurs possibles) ; sa détermination graphique est très simple : on trace la courbe cumulée $F(x) = \int^x t f(t)\, dt$ (qui permet, entre autres, de déterminer la médiale) et on recherche les deux (1) parallèles à la corde qui part de l'origine des axes au sommet de la courbe de coordonnées (M, m). Ayant d_0, on détermine $f(d_0)$ sur la courbe des densités. Nous n'avons malheureusement pas eu la possibilité de rassembler une documentation plus étoffée. Signalons cependant les deux histogrammes 9 et 10.

> Ces deux histogrammes pourraient faire songer à une loi de Galton. Ils doivent être interprétés avec précaution ; en ce qui concerne le graphique 9 n'ont pas été comptées les journées (nombreuses) sans avis de débit. (Nous n'avons pas non plus compté les jours chômés pour les centres de chèques postaux de Madagascar). Ces journées sans débits ne représentent pas une grande difficulté théorique à l'échelle du centre car ces journées sont peu nombreuses (les journées avec débits sont évidemment des journées de position et non de valeur), elles deviennent extrêmement gênantes à l'échelle d'un compte isolé.
>
> Le graphique 10 est relatif au service mentionné au tableau 20 et se rapporte au seul mois de mai 1964 ; donc nous disposons de très peu de vacations pour tirer des conclusions valables.

L'examen graphique de la formule $R = k\, d_0\, f(d_0)$ suggère une grande sensibilité de R aux variations de M. Nous avons un moment pensé à diviser R par M dans l'idée que $f(d_0)$ varierait peu ainsi que $\frac{d_0}{M}$ ce qui nous aurait amené à une formule du type $KM^n = T$. Les premiers résultats n'ayant pas semblé encourageants nous avons abandonné, peut-être à tort, cette voie. A notre avis, cette étude passe par l'étude des dérivées successives de $f(\delta)$. Par ailleurs, si nous pensons à une loi de Galton pour expliquer ces phénomènes, il serait bon de chercher à expliquer les dépenses à l'aide de l'hypothèse de l'effet proportionnel bien connu. Bref et quoi qu'il en soit, il est nécessaire d'étudier de nombreuses courbes $f(\delta)$ pour vérifier toutes les hypothèses qui pourraient être faites à ce sujet.

Avant d'en terminer avec ce paragraphe, nous voulons ajouter ceci : malgré la grande sensibilité apparente de R aux variations de M, les calculs de R que nous avons produits montrent une certaine constance de R (2) et *il ne s'agit que de rotations postales le plus souvent* et nous sommes plutôt d'avis que la rotation globale est encore plus stable. Si notre avis était fondé, il faudrait en conclure que E (δ) *est proportionnelle à* M, ce qui en soi est un résultat capital indépendamment de toute explication économique que l'on pourrait fournir pour expliquer ce phénomène.

(1) Ou la parallèle, le cas échéant.
(2) Quoiqu'il ne soit pas rare de voir des sautes de l'ordre de 50 %.

9. — Rotation et comptabilité économique

Rappelons brièvement ce que l'on entend par *comptabilité économique* (nous préférons ce terme à comptabilité nationale, car comme chacun sait il est difficile pour les pays africains et malgache de la zone franc de calculer les concepts nationaux par suite de la liberté des mouvements de capitaux à l'intérieur de cette zone) : c'est une comptabilité qui se propose de décrire aussi bien que possible l'ensemble C de la figure 4 (et une partie de $A \cap \bar{B}$: salaires, impôts, etc.) ; à la fin de cette analyse apparaît un solde pour chaque agent : le *besoin* ou la *capacité de financement.* Ce solde est repris dans un tableau, dit *tableau des opérations financières* qui, *grosso modo* explique comment ce solde se traduit par l'apparition de nouvelles créances ou dettes. Signalons que les tableaux des opérations financières n'ont, à notre connaissance, jamais été établis dans les pays africains et malgache de la zone franc, à cause de la difficulté signalée déjà plus haut. Mis à part les tableaux financiers, la comptabilité économique ne s'intéresse pas aux mouvements financiers (contrepartie des échanges réels), mais à ces échanges réels (comptabilisés en valeur) et aux autres opérations réelles (ensembles B et C). Il est par conséquent difficile d'évaluer l'ordre de grandeur des contreparties monétaires (ensemble $A \cap B$). Le solde « besoin de financement » ne donne, lui qu'un pâle reflet des opérations monétaires qui l'engendrent ; même si nous avions à notre disposition un tableau des opérations financières nous n'aurions encore qu'une partie des mouvements monétaires y afférents puisque certaines des opérations n'y sont reprises que par leur solde par suite de difficultés statistiques d'estimation.

Le lecteur a déjà deviné où nous voulons en venir : estimer les mouvements monétaires relatifs à B, ceux relatifs aux opérations dites de transfert (ou de répartition) : salaires, impôts, subventions etc. et ceux découlant du besoin de financement, puis évaluer les disponibilités monétaires (ensemble A car il serait présomptueux de prétendre faire mieux en voulant se placer dans une optique de définition axiomatique de la monnaie) et enfin la rotation annuelle globale de la monnaie. Si toutes ces estimations étaient parfaites nous devrions trouver MR (totalité de A) *supérieur* (nous dirions même largement supérieur) au montant des opérations monétaires découlant de la comptabilité économique (B plus un certain sous-ensemble $A \cap \bar{B} \cap \bar{C}$ en désignant par $\bar{B}$ et $\bar{C}$ les complémentaires).

Nous aurions ainsi une bonne méthode de *contrôle* des résultats de la comptabilité économique, une méthode *rapide d'extrapolation* des grands agrégats qui anticiperait les résultats définitifs et, enfin, pourquoi ne pas *envisager une comptabilité économique centrée sur A* et non plus sur C qui complèterait les résultats de la comptabilité classique ?

Il serait fastidieux d'énumérer les difficultés de ces estimations de flux monétaires : autoconsommation, consommations intermédiaires sans contrepartie monétaire, agrégation des agents qui voile les échanges internes, soldes, mouvements fictifs, difficulté d'estimation de M, difficulté d'estimation de R dont on n'a finalement que la composante-chèques postaux la plupart du temps, etc. Ceci fait que les calculs *extrêmement sommaires* qui vont suivre ne sont nullement une critique à l'encontre de qui que ce soit. Ils ne visent qu'à suggérer la possibilité d'une méthode de contrôle qui bien élaborée rendra *sans aucun doute* de remarquables services.

La figure 11 résume ce qui précède. Elle ne correspond à aucun schéma de comptabilité particulier et ne vise qu'à différencier flux réels et flux monétaires. En particulier, nombre de comptables nationaux se refusent à décrire le flux (o) sauf cas particulier de quelques prises sur stocks.

Commentaires sur la figure 11 : Les opérations (0) (1) $(\bar{1})$ $(\bar{2})$ (3) (3) (4) $(\bar{4})$ sont partiellement décrites dans la partie dite « opérations sur biens et services » des tableaux économiques d'ensemble utilisés dans le modèle de comptabilité économique pratiqué dans les pays africains et malgaches de langue française et, le cas échéant, dans la matrice inputs-outputs Leontief. On ne distingue pas systématiquement les opérations avec contrepartie monétaire des autres. Seule l'autoconsommation est relativement bien saisie. Les agents étant fortement agrégés une bonne partie des opérations échappent à la description comptable.

Les opérations (5) sont partiellement saisies (dans la partie « opérations de répartition » des tableaux économiques d'ensemble) pour les mêmes raisons d'agrégation que précédemment.

Les opérations (6) sont partiellement décrites dans les tableaux d'opérations financières. Le solde de ces tableaux doit coïncider (théoriquement) avec la capacité de financement (ou besoin de financement) donnée par les tableaux économiques d'ensemble. *Nous n'avons compté qu'une fois ce solde* : il est certain que c'est bien au-dessous de la réalité mais nous n'avons aucun moyen d'estimer sérieusement le coefficient multiplicateur : en particulier, utiliser les résultats du tableau d'opérations financières français et les comparer avec le solde de financement puis appliquer le coefficient ainsi obtenu aux pays africains n'est pas licite, puisque les économies sont fortement dissemblables surtout du point de vue des échanges purement financiers.

Les opérations (7) et (8) sont purement fictives et figurent dans « financement des investissements par les entrepreneurs individuels » et, pour partie, dans le solde « résultat brut d'exploitation ».

Pour simplifier, nous n'avons pas tenu compte dans la figure 11 des relations avec l'extérieur. Si M est défini comme n'incluant pas les devises, ces opérations perdent beaucoup de leur importance. Evidemment, les mouvements de monnaie nationale M à l'étranger sont difficilement saisissables. Remarquons, pour terminer que les exports et les imports donnent souvent naissance à une contrepartie monétaire en monnaie nationale.

Application à quelques pays africains et malgache

Madagascar 1960. — D'après des estimations faites en 1963 résultent les données provisoires suivantes (millions de FMG) :

1	Outputs	187.700
2	Inputs	74.300
3	Production intérieure brute (ou valeur ajoutée)	113.400
4	Exports	18.800
5	Imports	27.500
6	Opérations de répartition	73.200

SCHEMA SIMPLIFIE D'UNE COLLECTIVITE ECONOMIQUE

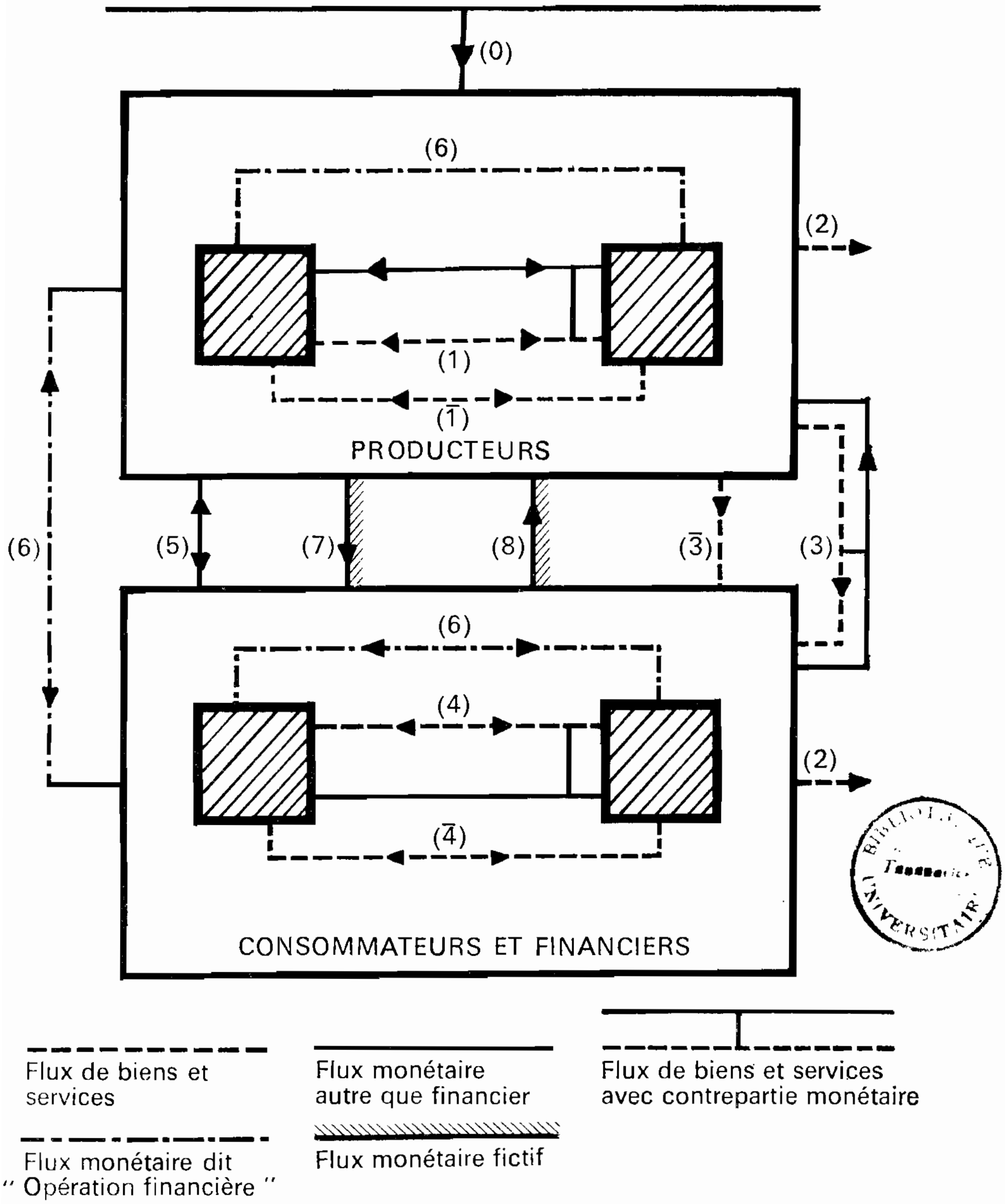


Figure 11

(0) Prélèvement sur la nature ou sur stocks : accroissement du cheptel etc.

(1) et ($\bar{1}$) Consommations-productions intermédiaires.

(2) Investissements et stocks ou consommations finales.

(3) et (3) Productions mises à la disposition des consommateurs.

(4) et (4) Echanges entre utilisateurs finals (sur biens et services).

(5) Opérations dites de transferts au sens de la comptabilité économique, salaires impôts, etc.

(6) Opérations dites financières au sens de la comptabilité économique : Emission de titres, prêts divers, etc.

(7) Revenu des entrepreneurs individuels.

(8) Financement des investissements par les entrepreneurs individuels.

7	dont financement des investissements par E.I.	500
8	Résultat brut d'exploitation	85.300
9	dont aux ménages	73.800
10	Capacité de financement (égale au besoin de financement)	8.400
11	Autoconsommation	34.400
12	Transferts entre administrations	7.000

N.B. Remarquer l'importance des transferts entre administrations qui disparaissent ensuite par agrégation : 7 milliards de F.M.G. soit environ le tiers du budget général malgache pour la même année (gestion 1960 et non exercice 1960). Prendre le 12 en totalité surestime la circulation monétaire puisque bon nombre de ces transferts ne se matérialisent que par des insertions au *Journal officiel.*

Une estimation extrêmement grossière des échanges monétaires à partir de ce qui précède est donnée par la formule :

$$T = 1 + 2 + 4 + 5 + 6 - 7 + 9 + 10 - 11 + 12$$

Remarquons que le 9 est surtout valable pour les économie monétaires développées; dans les autres économies ce poste (74 milliards environ à Madagascar) recouvre beaucoup de mouvements en nature sans contrepartie monétaire et même représente une bonne partie de mouvements comptables fictifs. Néanmoins comme nous nous contentons d'estimations rapides et que par ailleurs certains autres postes sont largement sous-estimés, nous compterons en totalité le 9. Nous trouvons (valeurs en millions de FMG) :

$$T' = 435.800 \quad M = 22.000 \quad R = 26$$
$$T' = MR = 572.000$$

Autres pays. — En ce qui concerne les autres pays africains et malgache nous avons utilisé le tome 4 de la série « Planification en Afrique » (1). Comme nous nous contentons d'estimations très approximatives dans le seul but de comparer des ordres de grandeurs, nous prendrons une formule donnant T encore plus rudimentaire que la précédente :

$$T = 3 + 3 + 4 + 5 + 6 - 7 + 9 + 10 - 11$$

Les estimations de la masse monétaire ont été fort malaisées ainsi que celles de R et, là aussi, nous nous sommes contentés de très larges approximations : *il convient donc d'éviter toute conclusion définitive*, au seul vu du tableau 26, sur le rapport existant entre T et T'.

(1) Ministère de la Coopération, Paris, 1963.

TABLEAU 26

Estimations des opérations monétaires à partir de la comptabilité économique et à partir de la formule T' = MR pour quelques pays de la zone franc.

Valeurs en milliards de CFA. sauf France: milliards d'anciens francs.

Pays		T (Comptabilité économique)	M (*e*) Total des disponibilités monétaires	R (*e*) Rotation annuelle	T' = MR	T'' = T — 9
Madagascar	1953	271	16	30	480	224
Madagascar	1956	296 (1)	19	27	513	245
Madagascar	1960	394 (1)	22	26	572	320
Mauritanie	1959	49	3 (*e*)	12 (?)	36	38
Sénégal	1956	376	24 (*e*)	21	528	322
Sénégal	1959	471	42 (*e*)	21 (?)	882	416
Côte d'Ivoire	1958	252 (2)	23 (*e*)	24	552	252 (2)
Côte d'Ivoire	1960	310 (2)	29 (*e*)	20	580	310 (2)
A.O.F.	1951	674	33	24 (?)	792	528
A.O.F.	1956	1.345	65	26	1.690	1.027
Togo	1956	73	3	25 (6)	75	53
Togo	1957	78	4	25 (6)	100	56
Togo	1958	79	4	25 (6)	100	59
Congo	1956	71	5 (*e*)	98 (?)	490	59
Congo	1958	78	6	98 (?)	588	71
Gabon	1956	47	2 (*e*)	97 (5)	194	43
Gabon	1960	109	5	97 (5)	485	102
R.C.A.	1956	63	2 (*e*)	96 (?)	192	50
Tchad	1956	97	4 (*e*)	96 (?)	384	70
Tchad	1958	117	5	96 (?)	480	90
A.E.F.	1956	282	13	96 (7)	1.248	217
Cameroun	1951	184	7 (*e*)	56 (?)	392	140
Cameroun	1956	236	12	56	672	186
Cameroun	1957	264	13	56	728	211
Cameroun	1959	316	14	56 (?)	784	258
Dahomey	1956	105	6 (*e*)	26 (?)	156	74
Dahomey	1959	90	6 (*e*)	26 (?)	156	68
Haute-Volta	1956	119	3 (*e*)	26 (?)	78	86
Haute-Volta	1959	115	4 (*e*)	26 (?)	104	82
Niger	1956	123	3 (*e*)	26 (?)	78	87
Niger	1959	124	3 (*e*)	26 (?)	78	87
Niger	1960	128	4 (*e*)	26 (?)	104	93
France	1959	85.255 (3) (4)	8.400	30	252.000	84.569

Rappelons que un franc C.F.A. vaut un franc malgache (F.M.G.) et vaut deux anciens francs français (i. e. deux centimes de NF). (1) Calculé suivant la formule utilisée pour les autres pays. (2) Partiel : manquent 6 — 7 + 9 + 10. (3) En milliards d'anciens francs. (4) Calculé selon la formule commune d'après le « Rapport sur les Comptes de la Nation » — Imprimerie Nationale — Paris 1961 ; l'année choisie 1959 l'a été dans le souci d'une certaine comparaison avec l'ensemble du tableau. (5) Bulletin mensuel de statistique du Gabon : rotation 1962. (6) Bulletin mensuel du Togo : rotation mars 1963 × 12. (7) Nous avons pris 8 × 12 = 96 car la rotation donnée par le tableau 17 semble plutôt être une rotation mensuelle moyenne. (*e*) (?) Estimations : ces estimations sont rendues très difficiles du fait de l'existence de banques centrales A.O.F. et A.E.F. Nous ne savons pas toujours ce que contiennent certains postes (dépôts à terme entre autres). En ce qui concerne la rotation, les évaluations ont été faites à partir des seuls éléments dont nous disposons, c'est-à-dire, la plupart du temps, à partir des chèques postaux. Certains résultats ont été largement extrapolés dans le temps et dans l'espace. *Encore une fois nous insistons sur les erreurs relatives au produit M.R. qui en résultent.*

Conclusion

Au terme de cette étude nous avons finalement abandonné l'équation des échanges MV = PQ : pourtant nous étions partis avec l'idée de justifier cette équation, car il nous paraissait paradoxal qu'une identité comptable et de surcroît tautologique soit incapable de décrire la réalité. Nous avons tenté de bâtir deux modèles, et nous avons obtenu une équation quelque peu différente : MR = E (T). Les modèles valent ce que valent les hypothèses qui en sont la base et que l'on pourra toujours trouver trop sommaires et trop inadaptées à la réalité complexe, trop complexe pour être schématisée ; c'est le propre de tout modèle.

Cette étude nous a permis de définir les contours de deux mondes : l'un financier, l'autre réel. Ils ne sont évidemment pas simplement plaqués l'un sur l'autre mais réagissent l'un sur l'autre. Cependant, ils ne se recouvrent que partiellement et ont des mécanismes propres qui parfois s'ignorent mutuellement. L'un et l'autre méritent également d'être étudiés séparément. Une synthèse des deux est alors indispensable car raisonner uniquement en termes financiers conduit parfois, lors de la traduction en termes réels, à des conclusions paradoxales. L'équation MR = T est un outil certainement utile pour l'étude du monde monétaire à condition de ne pas lui demander plus qu'il ne peut donner et ce sera là le mot de la fin.

Tananarive, le 23 juillet 1964.

SOME REFLEXIONS ON FISHER'S EQUATION

Malagasy and foreign examples

Oleg ARKHIPOFF

The author studies first the best mathematical formulation of Fisher's equation $MV = PQ$, in relation to the general level of prices. Calling upon the calculation of probabilities, he proposes two explanatory models, which brings him to approach multiple problems : significance, components and formula of direct computation (in function of economic structures) of the velocity of the monetary circulation-definition and counterpart of the monetary fund-monetary savings and actuali nvestments-monetary turn-over and economic development-national and international liquidities-role of the rate of liquidity in economic cycles-control of the results of national accouning through the knowledge of the monetary rotation, with applications to some countries of the Third World. Finally, in the course of his study, the author presents a great number of results concerning the monetary velocity of numerous countries with statistical and methodological comments.