

## **Modèle de calcul de sollicitations dues par un convoi sur une poutre isostatique**

### **Méthode par la Position de la Première Charge du Convoi (P.P.C.C.)**

Andriamahefa H. A. <sup>a\*</sup>, Razafinjato V. A. <sup>a</sup>, Rakotomalala J. L. <sup>a</sup>, Andriamalala N. A. M. <sup>a</sup>

<sup>a</sup>Institut Supérieur de Technologie d'Antananarivo, BP 8122, Antananarivo 101

\*Auteur correspondant : ANDRIAMAHEFA H. A., [ingahaml@gmail.com](mailto:ingahaml@gmail.com) – 034 07 117 29

---

#### **Résumé**

Cet article propose une méthode de détermination des sollicitations dans une poutre isostatique, chargée par un convoi. La prise en compte de la Position de la Première Charge du Convoi comme variable unique, dans la détermination, figure parmi les particularités du modèle. Les sollicitations sont exprimées en fonction de la P.P.C.C. et en fonction des paramètres du système : Poutre – Convoi. Le résultat de la modélisation est applicable sur tout problème de même type. Le procédé utilise la détermination par la « Méthode des Sections » basée sur les principes de la « Résistance Des Matériaux » (RDM). Cette étude a pour but de présenter une autre méthode de calcul de sollicitations pour le dimensionnement des ouvrages similaires.

**Mots clés :** P.P.C.C.; Poutre isostatique; Convoi; Pont; Méthode des sections; Modélisation.

---

#### **Fintina**

Ity fikarohana ity dia maneho rafi-tahaka fitadiavana ny hatra aterakin'ny vesatra tohivakana amin'ny tsivala-mahitsy mitehi-droa. Ny mampiavaka ity fomba iray ity dia ny fametrahana ny « Ivo Itoeran'ny Vesatra Voalohany » (I.I.V.V.) ho singa miova hifaharan'ny fikarohana. Ny hatra rehetra dia voafaritry amin'ny alalan'io singa miova tokana io, sy amin'ny alalan'ny singa mifandraika amin'ny rafitra : Tsivalana mitondra Vesatra Tohivakana. Ny voka-pikarohana dia azo ampiasaina amin'ny famahana olana mitovy endrika amin'izay faritan'ity fikarohana ity. Ka ny paik'ady dia miainga amin'ny fampiasana ny « Fomba Fanapahana Tsivalana » miompana amin'ny voafaritry ny tetika famaritana ny « Tohitry Ny Rafitra sy Akora » (T.N.R.A.). Entina indrindra ity fikarohana ity mba hanehoana fomba vaovao hitadiavana ny hatra ahazoana mamaritra ny rafitra.

**Teny manan-danja :** I.I.V.V.; Tsivalana mitehi-droa; Vesatra Tohivakana; Tetezana; Fomba Fanapahana Tsivalana ; Rafi-tahaka.

---

## Abstract

This paper proposes a determination's method of the solicitations in a simply supported beam charged by Multiple Rolling Point Loads. The consideration of the variable "Position of the Last Point Load" (P.L.P.L.) as the only variable in the determination is one of the particularity of the model. Solicitations are expressed with this variable and with parameters of the system: Simply Supported Beam – Multiple Rolling Point Loads. The result of the modeling is used for all problems of simply supported beam charged by Multiple Rolling Point Loads. The process uses Section Method resolution based on the principle of "mechanics of materials". The purpose of this study is to present another method for calculating the solicitations in similar structures.

**Keywords :** P.L.P.L.; Simply Supported Beam; Multiple Rolling Point Loads; Bridge; Section Method; Modeling.

---

Cet article, qui présente la méthode par la Position de la Première Charge du Convoi, suit le plan suivant :

- Introduction,
- Méthodologie,
- Résultats,
- Etude de cas,
- Discussion et conclusion.

## 1) Introduction

Par le recensement des ponts à Madagascar, nous avons constaté que des ouvrages nécessitent des travaux de réhabilitation et de reconstruction. Ensuite, les besoins socio-économiques exprimés à travers les différents documents cadre du pays [1-2] évoquent que le déploiement des infrastructures, notamment les réseaux routiers et les ouvrages de franchissement, est un facteur incontournable pour l'avancée vers le développement national. Ces documents exposent les intérêts à la densification des infrastructures de transport sur tout le territoire malgache pour le désenclavement et pour appuyer le développement des Collectivités Territoriales Décentralisées à travers la circulation des biens et des personnes.

Ainsi, prochainement, suivant la disponibilité de budget, l'Etat va se lancer dans les constructions massives de ponts dans toutes les régions de Madagascar. D'ailleurs, les lieux concernés par certains projets à venir ont été publiés par le site-web de l'Autorité Routière de Madagascar (Les projets d'infrastructure à Madagascar, 2014) [3].

Dans la perspective de ce développement massif des infrastructures routières à Madagascar, l'objectif de la recherche est de fournir, aux agents techniques des collectivités, des outils pratiques pour qu'ils puissent prendre en charge l'étude de projets de construction de ponts au sein de leur circonscription. Cet outil va aussi être utilisé par les petites et moyennes entreprises (PME) qui ne pourraient pas se procurer de logiciel performant et onéreux. Cet article propose un modèle standard qui va permettre de produire des outils pour la détermination des sollicitations dans une poutre droite isostatique, d'un pont, chargée par un convoi.

## 2) Méthodologie

### 2-1. Revue des méthodes de détermination existantes

Une revue des méthodes de détermination existantes nous permet de bien mener notre étude. Ainsi, nous pouvons citer : l'utilisation de la ligne d'influence (Cf. par exemple [4-11]); et l'application du Théorème de BARRE (Cf. par exemple [12-13]).

#### 2-1-1. Détermination par utilisation de la ligne d'influence

Nous illustrons sur la Figure 1, le cas de la détermination des sollicitations dû par le convoi ( $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ ) au niveau de la section «  $a_2$  », sous  $P_2$ .

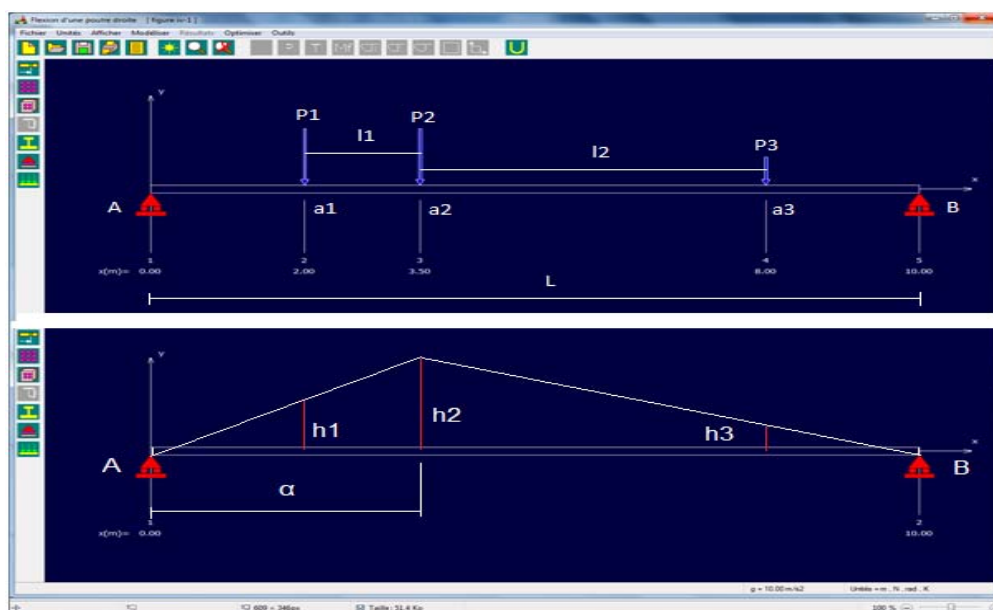


Figure 1: Position du convoi - Ligne d'influence correspondant à «  $a_2$  »

L'expression générale du moment fléchissant au droit de «  $a_i$  » s'écrit :

$$M_f(a_i) = P_1 \cdot h_1 + P_2 \cdot h_2 + P_3 \cdot h_3 + \dots + P_n \cdot h_n \quad (2-1)$$

## 2-1-2. Détermination par l'application du Théorème de BARRE

Le moment fléchissant est maximum au droit d'un essieu lorsque cet essieu et la résultante générale du convoi se trouvent dans des sections symétriques par rapport au milieu de la poutre. Comme indiqué sur la Figure 2, la charge résultante « R » et la charge « P<sub>3</sub> » sont symétriques par rapport à l'axe de la poutre isostatique. Ainsi, par le théorème, nous pouvons affirmer qu'avec cette position du convoi, le moment au droit de la section sous la charge « P<sub>3</sub> » est maximal.

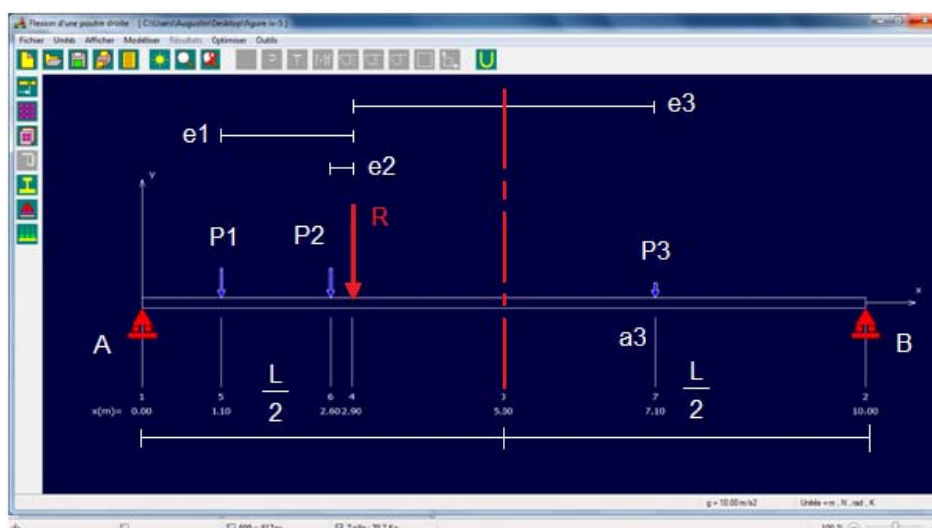


Figure 2: Position du convoi correspondant au moment maximal au droit de P<sub>3</sub>

- R : Résultante des charges du convoi
- e<sub>1</sub> : Excentricité de la charge « P<sub>1</sub> » par rapport à la résultante « R »
- e<sub>2</sub> : Excentricité de la charge « P<sub>2</sub> » par rapport à la résultante « R »
- e<sub>3</sub> : Excentricité de la charge « P<sub>3</sub> » par rapport à la résultante « R »

Pour une position donnée du convoi, respectant les conditions d'application de la théorie, la formule générale de détermination du moment maximal peut s'écrire :

$$M_{Q_{\max}} = \frac{R \cdot L}{4} \cdot \left(1 + \frac{e_k}{L}\right)^2 + \sum P_j \cdot (e_j - e_k) \quad (2-2)$$

e<sub>k</sub> : Excentricité de la charge correspondant au moment maximal.

e<sub>j</sub> : Excentricités correspondant aux autres charges du convoi situées à gauche de la section du moment maximal.

### Remarque :

La valeur de l'effort tranchant est obtenue par détermination des réactions d'appuis relatives à la position défavorable du convoi vis-à-vis de cette sollicitation.

### 2-2. Approche par la méthode P.P.C.C.

Dans notre recherche, pour la modélisation standard, nous définissons les différents paramètres à considérer. Ensuite, nous allons nous appuyer sur les principes de base de la Résistance des Matériaux, dans l'utilisation de la méthode de section, et la seule variable de détermination concerne la Position de la Première Charge du Convoi. Toutes les expressions des sollicitations sont en fonction de cette variable unique, ainsi qu'en fonction des paramètres définis, ceux liés à la fois à la poutre et au convoi.

### 2-2-1. Description du modèle

Le modèle utilise principalement les paramètres de la poutre isostatique elle-même, les sollicitations appliquées, le convoi et la variable P.P.C.C. Ci-après les paramètres que nous considérons dans cette méthode :

- la Portée «  $L$  »,
- le Nombre de charges «  $n$  » composant le convoi,
- les Distances «  $l_i$  » entre chaque charge du convoi,
- les Valeurs des charges du convoi «  $P_i$  »,
- la Résultante du convoi : «  $R$  »,
- la Position de la Résultante «  $R$  » par rapport à la première charge du convoi : «  $x'_R$  ».

### 2-2-2. Description des sollicitations

Comme le convoi est un ensemble de charges ponctuelles, le diagramme des moments fléchissant prend une allure telle que les moments fléchissant particuliers ou moments fléchissant caractéristiques se trouvent au droit des charges.

Les expressions des moments au droit de chaque charge du convoi se déterminent par la méthode des sections. Seules les charges situées à gauche de la section sont à considérer dans l'expression du moment fléchissant. Pour la section au droit de la charge «  $P_n$  », nous avons:

$$\begin{aligned}
M_n = & \left( R \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot x_1 \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot x_1 \cdot x'_R \right) + \\
& \left( R \cdot l_1 - \frac{R}{L} \cdot l_1 \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot l_1 \cdot x'_R \right) + \\
& \dots\dots\dots \\
& \left( R \cdot l_{n-1} - \frac{R}{L} \cdot l_{n-1} \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot l_{n-1} \cdot x'_R \right) + \\
& -P_1 \cdot l_1 - P_2 \cdot l_2 - \dots - P_{n-1} \cdot l_{n-1} \\
& - P_1 \cdot l_2 - \dots - P_{n-2} \cdot l_{n-1} \\
& \dots\dots\dots \\
& - P_1 \cdot l_{n-1}
\end{aligned} \tag{2-3}$$

Pour connaître la position défavorable du convoi correspondant à la sollicitation maximale « M », nous déterminons l'abscisse «  $x_1$  » correspondant aux extrémums des diagrammes par la formule suivante :

$$\frac{dM_{f/i}}{dx_1} = 0 \quad (2-4)$$

Pour les expressions des efforts tranchant, celles-ci sont obtenues par dérivation des expressions des moments fléchissant.

### 3) Résultats

#### 3-1. *Expression des moments fléchissant*

Pour une expression plus simple et généralisée, nous utilisons les moments fléchissant du paragraphe précédent pour définir l'expression :

$$M_{f/i} = A(x_1) + B_i(x_1) + C_i \quad (3-1)$$

Par identification des paramètres du modèle, nous déduisons les expressions des moments fléchissant dans les sections sous les charges du convoi. Le Tableau 3-1 montre les expressions des moments fléchissant sous les charges  $P_i$ .

Tableau 3-1 : Expression des Moment fléchissant sous les charges  $P_i$ .

| Sous $P_1$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | Sous $P_2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | Sous $P_3$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\left(R \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot x_1 \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot x_1 \cdot x'_R\right)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | $\left(R \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot x_1 \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot x_1 \cdot x'_R\right)$ $+$ $\left(R \cdot l_1 - \frac{R}{L} \cdot l_1 \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot l_1 \cdot x'_R\right)$ $+$ $(-P_1 \cdot l_1)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | $\left(R \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot x_1 \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot x_1 \cdot x'_R\right)$ $+$ $\left(R \cdot l_1 - \frac{R}{L} \cdot l_1 \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot l_1 \cdot x'_R\right)$ $+$ $\left(R \cdot l_2 - \frac{R}{L} \cdot l_2 \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot l_2 \cdot x'_R\right)$ $+$ $(-P_1 \cdot l_1) + (-P_1 \cdot l_2) + (-P_2 \cdot l_2)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Sous $P_4$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | Sous $P_5$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | Sous $P_6$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| $\left(R \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot x_1 \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot x_1 \cdot x'_R\right)$ $+$ $\left(R \cdot l_1 - \frac{R}{L} \cdot l_1 \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot l_1 \cdot x'_R\right)$ $+$ $\left(R \cdot l_2 - \frac{R}{L} \cdot l_2 \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot l_2 \cdot x'_R\right)$ $+$ $\left(R \cdot l_3 - \frac{R}{L} \cdot l_3 \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot l_3 \cdot x'_R\right)$ $+$ $(-P_1 \cdot l_1) + (-P_1 \cdot l_2) + (-P_1 \cdot l_3)$ $+$ $(-P_2 \cdot l_2) + (-P_2 \cdot l_3)$ $+$ $(-P_3 \cdot l_3)$ | $\left(R \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot x_1 \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot x_1 \cdot x'_R\right)$ $+$ $\left(R \cdot l_1 - \frac{R}{L} \cdot l_1 \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot l_1 \cdot x'_R\right)$ $+$ $\left(R \cdot l_2 - \frac{R}{L} \cdot l_2 \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot l_2 \cdot x'_R\right)$ $+$ $\left(R \cdot l_3 - \frac{R}{L} \cdot l_3 \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot l_3 \cdot x'_R\right)$ $+$ $\left(R \cdot l_4 - \frac{R}{L} \cdot l_4 \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot l_4 \cdot x'_R\right)$ $+$ $(-P_1 \cdot l_1) + (-P_1 \cdot l_2) + (-P_1 \cdot l_3)$ $+$ $(-P_1 \cdot l_4) + (-P_2 \cdot l_2) + (-P_2 \cdot l_3)$ $+$ $(-P_2 \cdot l_4) + (-P_3 \cdot l_3) + (-P_3 \cdot l_4)$ $+$ $(-P_4 \cdot l_4)$ | $\left(R \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot x_1 \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot x_1 \cdot x'_R\right)$ $+$ $\left(R \cdot l_1 - \frac{R}{L} \cdot l_1 \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot l_1 \cdot x'_R\right)$ $+$ $\left(R \cdot l_2 - \frac{R}{L} \cdot l_2 \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot l_2 \cdot x'_R\right)$ $+$ $\left(R \cdot l_3 - \frac{R}{L} \cdot l_3 \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot l_3 \cdot x'_R\right)$ $+$ $\left(R \cdot l_4 - \frac{R}{L} \cdot l_4 \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot l_4 \cdot x'_R\right)$ $+$ $\left(R \cdot l_5 - \frac{R}{L} \cdot l_5 \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot l_5 \cdot x'_R\right)$ $+$ $(-P_1 \cdot l_1) + (-P_1 \cdot l_2) + (-P_1 \cdot l_3)$ $+$ $(-P_1 \cdot l_4) + (-P_1 \cdot l_5) + (-P_2 \cdot l_2)$ $+$ $(-P_2 \cdot l_3) + (-P_2 \cdot l_4) + (-P_2 \cdot l_5)$ $+$ $(-P_3 \cdot l_3) + (-P_3 \cdot l_4) + (-P_3 \cdot l_5)$ $+$ $(-P_4 \cdot l_4) + (-P_4 \cdot l_5) + (-P_5 \cdot l_5)$ |

### 3-2. Expression des efforts tranchant

En dérivant l'expression des moments fléchissant, nous avons :

$$T_i = \frac{dM_{f/i}}{dx_1} \quad (3-2)$$

La position défavorable du convoi relative à la sollicitation maximale « T », correspond :

- à l'abscisse «  $x_1 = 0$  » (Effort tranchant sous  $P_1$ ) ou
- à l'abscisse «  $x_1 = L - L_c$  » (Effort tranchant sous  $P_n$ ).

Avec :

« L » étant la portée de la poutre isostatique,

«  $L_c$  » étant la longueur du convoi.

Le Tableau 3-2 montre les expressions des efforts tranchant sous  $P_i$ .

Tableau 3-2 : Expression des Efforts tranchant sous les charges  $P_i$ .

| Sous $P_1$                                                                                                                                                                                                  | Sous $P_2$                                                                                                                                                                                                                                        | Sous $P_3$                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\left(R - 2 \cdot \frac{R}{L} \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot x'_R\right)$                                                                                                                                   | $\left(R - 2 \cdot \frac{R}{L} \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot x'_R\right)$<br>+<br>$\left(-\frac{R}{L} \cdot l_1\right)$                                                                                                                           | $\left(R - 2 \cdot \frac{R}{L} \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot x'_R\right)$<br>+<br>$\left(-\frac{R}{L} \cdot l_1\right) + \left(-\frac{R}{L} \cdot l_2\right)$                                                                                                                                   |
| Sous $P_4$                                                                                                                                                                                                  | Sous $P_5$                                                                                                                                                                                                                                        | Sous $P_6$                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| $\left(R - 2 \cdot \frac{R}{L} \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot x'_R\right)$<br>+<br>$\left(-\frac{R}{L} \cdot l_1\right) + \left(-\frac{R}{L} \cdot l_2\right)$<br>+<br>$\left(-\frac{R}{L} \cdot l_3\right)$ | $\left(R - 2 \cdot \frac{R}{L} \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot x'_R\right)$<br>+<br>$\left(-\frac{R}{L} \cdot l_1\right) + \left(-\frac{R}{L} \cdot l_2\right)$<br>+<br>$\left(-\frac{R}{L} \cdot l_3\right) + \left(-\frac{R}{L} \cdot l_4\right)$ | $\left(R - 2 \cdot \frac{R}{L} \cdot x_1 - \frac{R}{L} \cdot x'_R\right)$<br>+<br>$\left(-\frac{R}{L} \cdot l_1\right) + \left(-\frac{R}{L} \cdot l_2\right)$<br>+<br>$\left(-\frac{R}{L} \cdot l_3\right) + \left(-\frac{R}{L} \cdot l_4\right)$<br>+<br>$\left(-\frac{R}{L} \cdot l_5\right)$ |

### 3-3. Courbes enveloppes

A chaque charge du convoi, correspond une courbe enveloppe de sollicitation.

Pour la charge «  $P_k$  », elle commence à :

$$\text{si } k = 1; x_{d/k} = 0 \text{ sinon ; } x_{d/k} = \sum_{i=1}^{k-1} l_i \quad (3-3)$$



et elle s'arrête à:

$$x_{f/k} = L - \sum_{i=n}^k l_i \quad (3-4)$$

n : nombre de charges du convoi

#### 4) Etude de cas

Nous prenons le cas d'un pont à deux voies composé de poutres isostatiques de 20m. Il est chargé sur chaque voie, par un convoi avec deux camions de type B<sub>c</sub> de 30T, selon le Fascicule 61 [14-16]. Le convoi est formé par six charges à l'essieu, sur chaque voie.

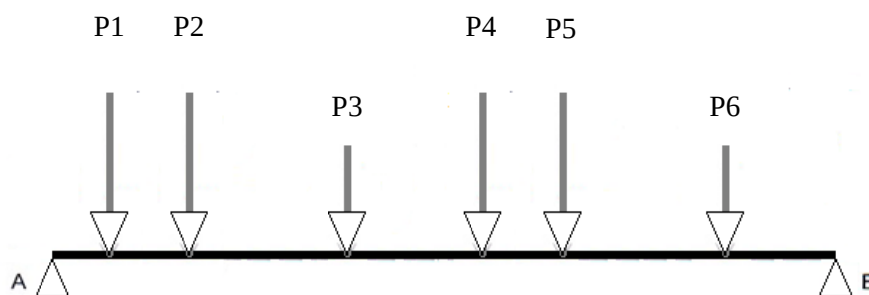


Figure 3: Poutre chargée par un convoi de 6 charges

##### 4-1. Expression des moments fléchissant

Les expressions des moments fléchissant sont les suivant :

$$M_1 = -6 \cdot x_1^2 + 77,7 \cdot x_1$$

$$M_2 = -6 \cdot x_1^2 + 68,7 \cdot x_1 + 80,55$$

$$M_3 = -6 \cdot x_1^2 + 41,7 \cdot x_1 + 214,2$$

$$M_4 = -6 \cdot x_1^2 + 14,7 \cdot x_1 + 293,85$$

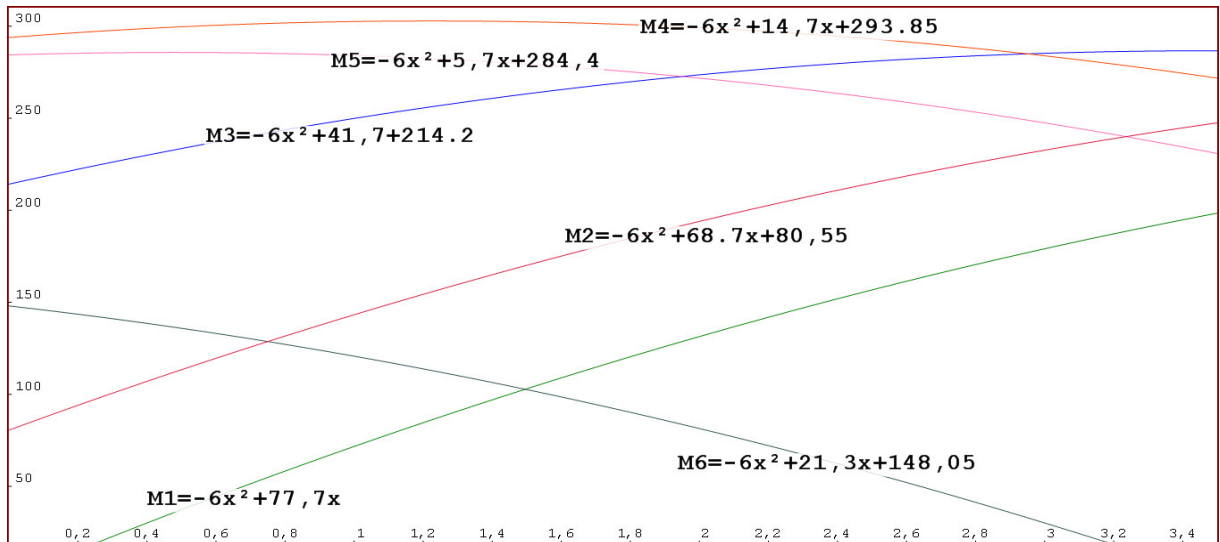
$$M_5 = -6 \cdot x_1^2 + 5,7 \cdot x_1 + 284,4$$

$$M_6 = -6 \cdot x_1^2 + 21,3 \cdot x_1 + 148,05$$

Sur le domaine  $x_1$  (0 à 3,5m) :

«  $M_4$  » présente la valeur maximale de 302,854 T.m à  $x_1=1,225$  m.

Et nous avons la famille de courbes enveloppes suivante :



En abscisse : Valeurs de «  $x_1$  » en m

En ordonnées : Valeur des moments fléchissant en T.m

Figure 4: Courbes enveloppes des moments fléchissant

#### 4-2. Expression des efforts tranchant

Les expressions des efforts tranchant sont les suivantes :

$$T_1 = -12 \cdot x_1 + 77,7$$

$$T_2 = -12 \cdot x_1 + 68,7$$

$$T_3 = -12 \cdot x_1 + 41,7$$

$$T_4 = -12 \cdot x_1 + 14,7$$

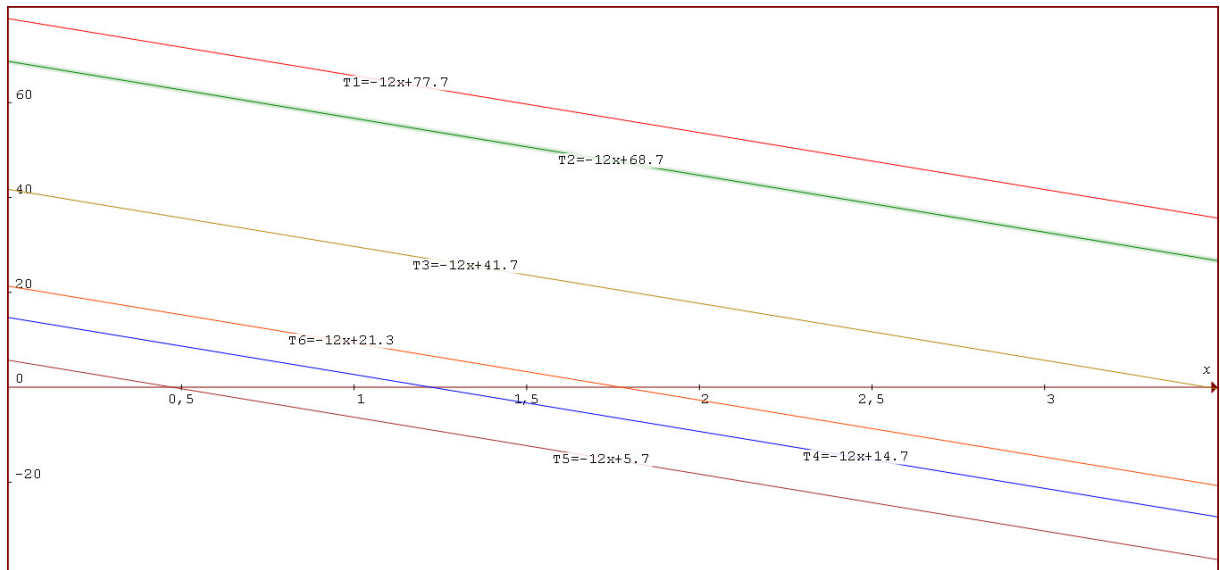
$$T_5 = -12 \cdot x_1 + 5,7$$

$$T_6 = -12 \cdot x_1 + 21,3$$

Sur le domaine  $x_1$  (0 à 3,5m) :

«  $T_1$  » présente la valeur maximale de 77,7 Tà  $x_1 = 0$ .

Et nous avons la famille de courbes enveloppes suivante :



En abscisse : Valeurs de «  $x_1$  » en m

En ordonnées : Valeur des efforts tranchant en T

Figure 5: Courbes enveloppes des efforts tranchant

#### 4-3. Comparaison

Dans l'application du Théorème de BARRE, nous avons les expressions des moments suivantes :

Sous  $P_3$ :

$$M_3 = \frac{R \cdot L}{4} \cdot \left(1 + \frac{e_3}{L}\right)^2 + P_1 \cdot (e_1 - e_3) + P_2 \cdot (e_2 - e_3) = 286,654 \text{ T.m} \quad (5-1)$$

Sous  $P_4$ :

$$M_4 = \frac{R \cdot L}{4} \cdot \left(1 + \frac{e_4}{L}\right)^2 + P_1 \cdot (e_1 - e_4) + P_2 \cdot (e_2 - e_4) + P_3 \cdot (e_3 - e_4) = 302,854 \text{ T.m} \quad (5-2)$$

Sous  $P_5$ :

$$M_5 = \frac{R \cdot L}{4} \cdot \left(1 + \frac{e_5}{L}\right)^2 + P_1 \cdot (e_1 - e_5) + P_2 \cdot (e_2 - e_5) + P_3 \cdot (e_3 - e_5) + P_4 \cdot (e_4 - e_5) = 285,754 \text{ T.m} \quad (5-3)$$

La valeur maximale du moment fléchissant est ainsi celle correspondante à la charge  $P_4$ , qui est de **302,854T.m**.

Dans l'application de la ligne d'influence, en utilisant le diagramme correspondant à l'abscisse,  $x = 11,725$  ; nous avons le résultat ci après :

$$M_f(P_4) = P_1 \cdot h_1 + P_2 \cdot h_2 + P_3 \cdot h_3 + P_4 \cdot h_4 + P_5 \cdot h_5 + P_6 \cdot h_6 = 302,854 \text{ T.m} \quad (5-4)$$

Pour les deux méthodes de détermination :

La valeur de l'Effort tranchant maximal est de **77,7 T** à l'appui extrême gauche.

## **5) Discussions et conclusion**

L'utilisation de la méthode par la variable P.P.C.C. offre une autre méthode de détermination des efforts et des moments induits sur une poutre isostatique d'un pont. En identifiant les paramètres du modèle, nous pouvons trouver les expressions des moments fléchissant afin de déterminer, d'abord, la section défavorable de la poutre, ensuite, la position défavorable du convoi et nous terminons par les calculs de sollicitations.

La comparaison des résultats obtenus à partir des trois méthodes, à savoir, l'application du Théorème de BARRE, la ligne d'influence et notre méthode, la variable P.P.C.C. conclue que les résultats trouvés sont identiques.

L'objectif majeur de la recherche repose sur le plan pédagogique, et sur l'accessibilité de la méthode par rapport aux techniciens des collectivités. Ceci ne nous empêche pas de résoudre de cas général, à l'exemple de convoi à plusieurs charges de différentes intensités avec des intervalles très variées.

L'application de la méthode dans un système de poutre continue est une perspective qui nous permettra d'élargir son domaine d'utilisation. Il en est de même de proposer des cas de configuration de combinaison des effets de charges.

### **Remerciement**

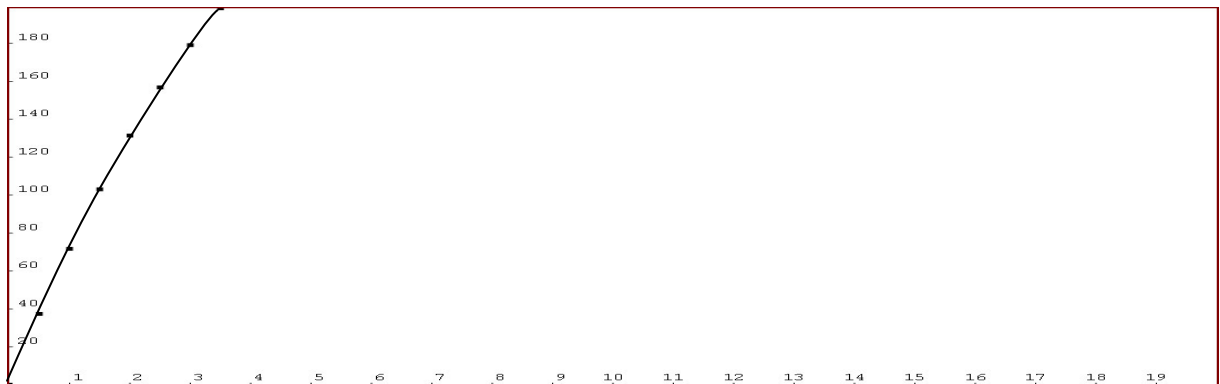
Nous remercions le Professeur RAKOTONIRINA Christian, pour les discussions et les échanges fructueuses qui ont contribué à la rédaction de cet article.

## Référence bibliographique

- [1] Etat, Malagasy. (2007-2012). *Madagascar Action Plan*.
- [2] Etat, Malagasy. (2015-2020). *Plan National pour le Développement*.
- [3] ARM. (2014). Les projets d'infrastructure à Madagascar.
- [4] Junarkar, S., & Shah, H. (1999). *Mechanics of Structures*. Anand: Vol. II. Charotar Publishing House.
- [5] Armenakas, A. (1988). *Classical Structural Analysis – A Modern Approach*. New York: McGraw-Hill Book Company.
- [6] Hibbeler, R. (2002, 2009). *Structural Analysis*. Singapore. Delhi: Seven Edition Pearson Education, Prentice Hall.
- [7] Leet, K., & Uang, C.-M. (2003). *Fundamentals of Structural Analysis*. New Delhi: Tata McGraw-Hill Publishing Company Limited.
- [8] Negi, L., & Jangid, R. (2003). *Structural Analysis*. New Delhi: Tata McGraw-Hill Publishing Company Limited.
- [9] Norris, C., Wilbur, J., & Utku, S. (1991). *Elementary Structural Analysis*. New Delhi: Tata McGraw-Hill Publishing Company Limited.
- [10] E.S.T.P. (2001). Lignes d'influence.
- [11] Delaplace, A., Gatuingt, F., & Ragueneau, F.(2008). *Mécanique des structures*. Paris. Dunod.
- [12] Doubrère, J. (2010). *Résistance des matériaux*. Eyrolles. Onzième Edition.
- [13] Goulet, J., J.P., B., & Lerouge, F. (2014). *Aide-mémoire– Résistance des matériaux*. Paris: Le Moniteur. 10ème Edition. Dunod.
- [14] Etat, Français. (1958). Fascicule 61. *Conception, Calcul et Epreuve des ouvrages d'art*.
- [15] Etat, Malagasy. (1964). Fascicule 61 Malagasy. *Imprimerie Nationale*.
- [16] Etat, Malagasy. (1964). Fascicule 61 B. *Imprimerie Nationale*

## Annexes

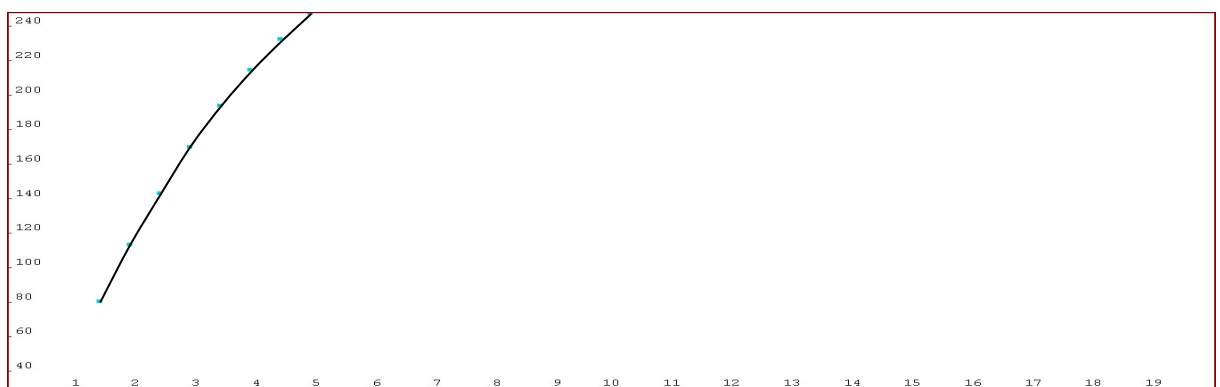
### A) Courbes des moments fléchissant au droit de chaque charge



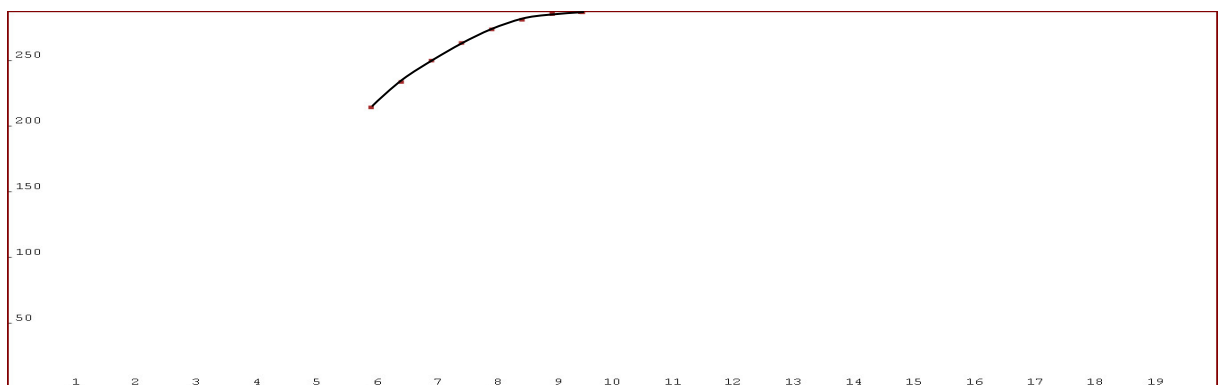
En abscisse : Valeurs de «  $x_i$  » en m

En ordonnées : Valeur des moments fléchissant en T.m

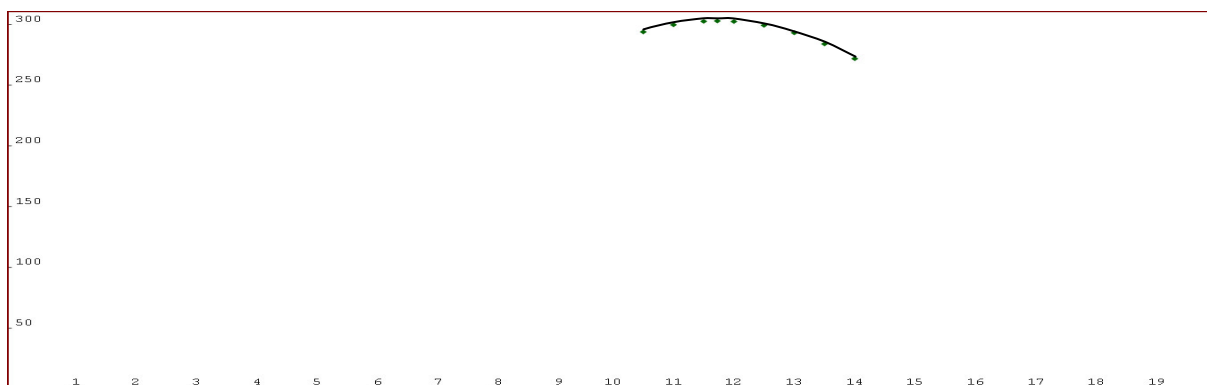
#### Courbe pour « $M_1$ » sur l'intervalle 0 à 3,5m (croissante)



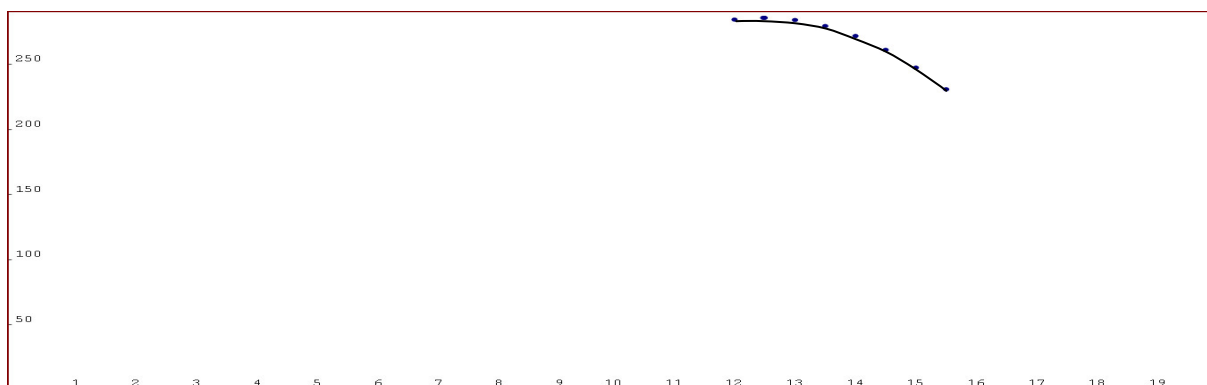
#### Courbe pour « $M_2$ » sur l'intervalle 1, 5 à 5m (croissante)



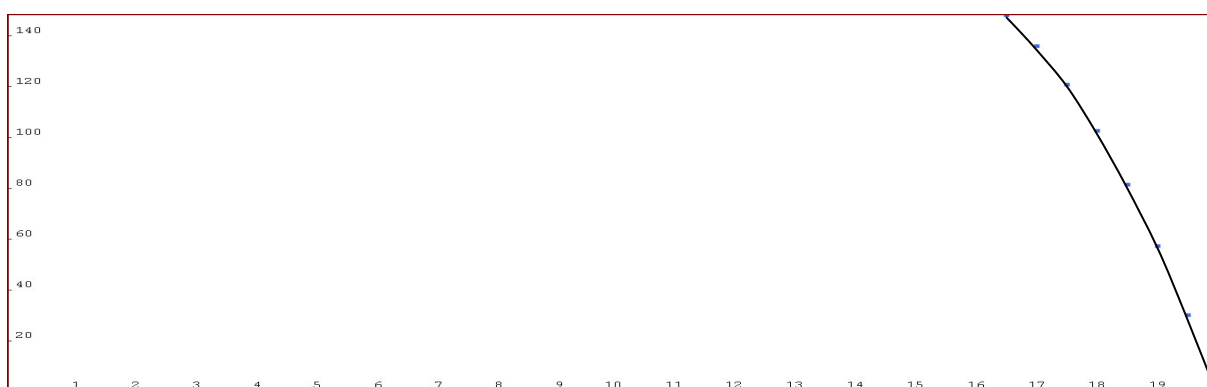
#### Courbe pour « $M_3$ » sur l'intervalle 6 à 9,475 (croissante) et 9,475 à 9, 5 (décroissante)



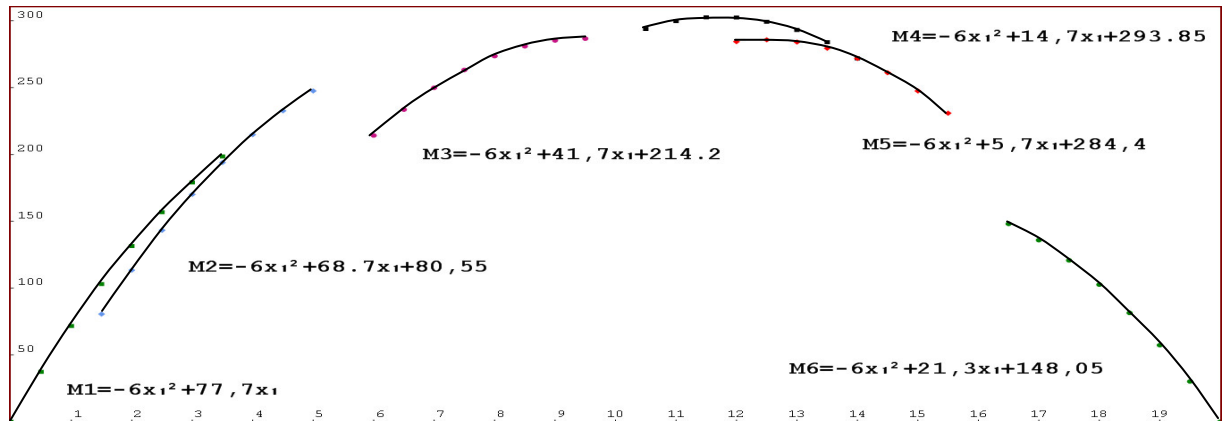
**Courbe pour « M<sub>4</sub> » sur l'intervalle 10,5 à 11,725 (croissante)  
et 11,725 à 14m (décroissante)**



**Courbe pour « M<sub>5</sub> » sur l'intervalle 12 à 12,475 (croissante)  
et 12,475 à 15, 5m (décroissante)**

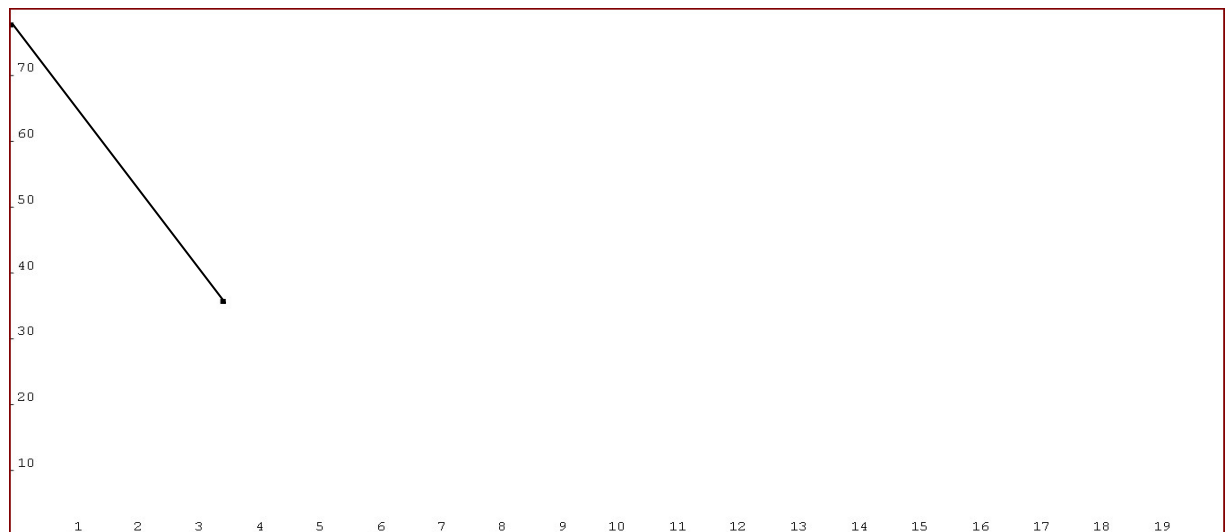


**Courbe pour « M<sub>6</sub> » sur l'intervalle 16, 5à 20m (décroissante)**



**Courbes enveloppes sur la portée de 20m**

B) Courbes des efforts tranchant au droit de  $P_1$  et  $P_6$

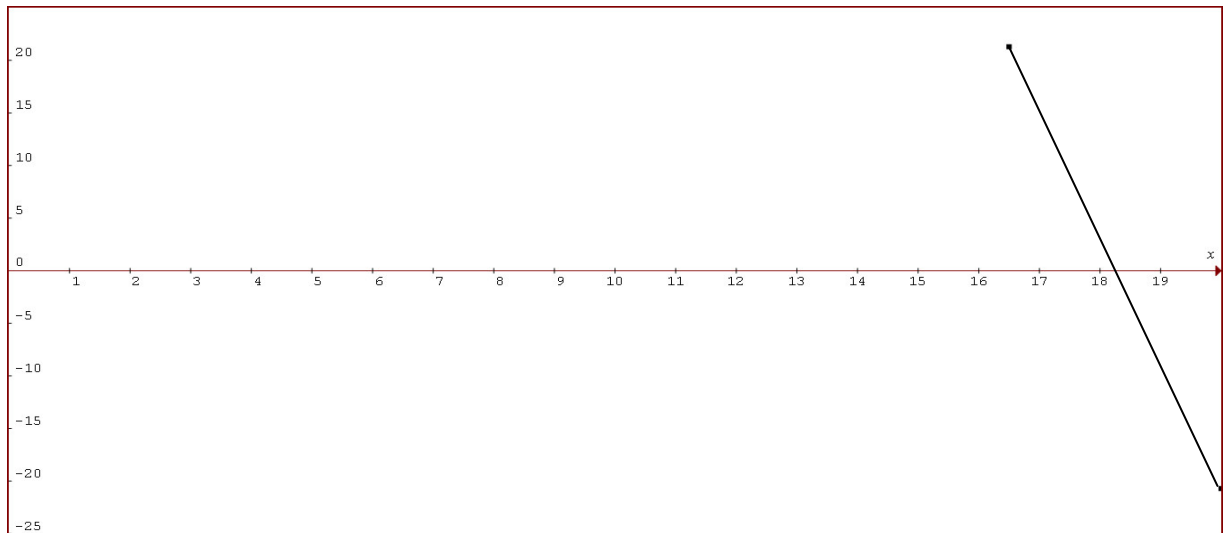


*En abscisse : Valeurs de «  $x_i$  » en m*

*En ordonnées : Valeur des efforts tranchant en T*

**Courbe pour «  $T_1$  »**





**Courbe pour « T<sub>6</sub> »**

C) Ligne d'influence correspondant à  $x = 11,725$

|        | 0 | 11,725     | 20 |    |
|--------|---|------------|----|----|
| 0      | 0 | 0          | 0  |    |
| 1,225  | 0 | 0,50684375 | 0  | h1 |
| 2,725  | 0 | 1,12746875 | 0  | h2 |
| 7,225  | 0 | 2,98934375 | 0  | h3 |
| 11,725 | 0 | 4,85121875 | 0  | h4 |
| 13,225 | 0 | 3,97184375 | 0  | h5 |
| 17,725 | 0 | 1,33371875 | 0  | h6 |
| 20     | 0 | 0          | 0  |    |

D) Diagramme des Moments fléchissant sous les charges  $P_3$ ,  $P_4$ ,  $P_5$ .

