Dimensionnement, conception et réalisation d'un réacteur chimique pour distillation à voie sèche

⁽¹⁾ Miadana Vololomihaja Andriamifidisoa, ⁽¹⁾ Lala Andrianaivo, ⁽¹⁾ Julien Rajomalahy, ⁽²⁾ Achille Ravoninjatovo, ⁽²⁾ Jean Luc Rasoanaivo et ⁽¹⁾ Hasina Ramamonjisoa

⁽¹⁾ Université d'Antananarivo, Ecole Supérieure Polytechnique d'Antananarivo (ESPA), Département Ingénierie Pétrolière, BP 1500 Antananarivo 101, Madagascar, <u>vololomihaja@gmail.com</u>
(2) Centre National de Recherche Industrielle et Technologique (CNRIT), 38, Rue Rasamimanana Fiadanana Tsimbazaza BP. 6294 Antananarivo 101, Madagascar

Résumé

Cet article a pour but d'expliquer l'obtention de la meilleure conception possible d'un réacteur distillateur dans un contexte d'utilisation en laboratoire. Face au nombre des paramètres ou facteurs pouvant intervenir dans la conception d'un tel distillateur, l'étude a volontairement été bornée à une géométrie du distillateur, à une représentation en élément fini et à un procédé de fabrication et de calcul d'isolateur thermique fixe. La réalisation du distillateur a été menée dans ce cadre bien précis. Les méthodes employées sont : les normes API, le principe du milieu continu pour la coque plane et celle de l'analyse numérique appliquée au calcul thermique de conduction. La simulation était effectuée avec les logiciels MATLAB et ANSYS. Nous avons obtenu les solutions optimales spécifiques à cette étude: épaisseur, diamètre, hauteur, forme de l'isolateur et répartition des contraintes du distillateur.

Mots-clés : Conception, réalisation, distillateur, Méthode API, élément fini, isolation thermique

Abstract

The purpose of this article is to explain how to obtain the best possible design of a distiller reactor in a laboratory context. In view of the number of parameters or factors that may be involved in the design of such a distiller, the study has deliberately been limited to a geometry of the distiller, a representation of a finite element and a process of manufacture and calculation of thermal insulator fixed. The realization of the distiller was carried out within this very precise framework. The methods used are: API standards, the principle of the continuous medium for the plane shell and that of the numerical analysis applied to the thermal calculation of conduction. The simulation was performed with MATLAB and ANSYS software. We obtained the optimal solutions specific to this study: thickness, diameter, and height, shape of the insulator and distribution of the constraints of the distiller.

1. INTRODUCTION

Afin de concevoir une structure en toute sécurité, l'étude de son comportement sous différents paramètres est importante. La première étape pour déterminer le comportement de la structure face aux différentes charges est l'étude de contraintes qui peut être réalisée de différentes méthodes théorique, numérique et expérimentale.

Les distillateurs sont parmi les moyens de séparation de mélange de substance liquide ou solide les plus utilisés dans de nombreuses industries, notamment dans les industries pétrolières, gazières et pétrochimiques. Ils peuvent être de forme cylindrique, sphérique. Ils sont pratiqués en présence de liquide ou sous vide, en fonction de la nature du produit à séparer. La réalisation d'un réacteur de distillation à voie sèche est plus complexe en matière de dimensionnement, l'étude des différents paramètres et les comportements des matériaux sont en interaction avec son dimensionnement.

Un distillateur est un équipement, en attente d'un dysfonctionnement interne ou externe pour exploser. Cet accident nous rappel les précautions à prendre lors de l'utilisation de tel enceinte et la nécessité d'aller audelà de la norme et de la convention pour approfondir l'étude technique détaillée, développer de nouveaux concepts dans le cadre de performance et de résolution des problèmes et créer une vision plus dynamique et méthodique dans le cadre de la maintenance prédictive et autonome.

L'installation thermique nécessite toujours une énergie d'appoint pour rencontrer les besoin de chaleur d'un réacteur.

2. DIFFERENTS TYPES DE REACTEURS DISTILLATEURS

A part d'une distillation industrielle qui est un procédé de raffinage et qui consiste à traiter les liants hydrocarbonées comme le pétrole brut. On distingue trois types de distillation :

- Premièrement une distillation discontinue : C'est une distillation où le mélange à séparer est chargé une fois dans l'installation et d'où les composants sont distillés les uns après les autres, en impliquant un changement permanent de la composition du mélange initial et des profils de température.
- Deuxièmes une distillation continue qui est une distillation où l'installation est continuellement alimentée avec le mélange à séparer, sans modification des profils de composition et de la température ;
- Et enfin la distillation sous vide qui est notre choix pour les essais au laboratoire

Les produits lourds extraits du fond de la colonne de distillation atmosphérique ne peuvent pratiquement plus être séparés en augmentant la température de distillation. En effet, au-delà des 360 °C environ auxquels on porte le pétrole brut dans la distillation atmosphérique, commencent les phénomènes de craquage thermique. Cela changerait la nature chimique des produits. Pour isoler ces produits, on les distille donc à des températures similaires, mais sous pression réduite. Les installations qui pratiquent cette opération sont les unités de distillation sous vide.

La fraction lourde des produits de la distillation atmosphérique y est d'abord chauffée, puis envoyée dans une autre colonne moins haute, mais plus épaisse, et qui comporte moins de plateaux. On l'appelle colonne de distillation sous vide.

3. MODELISATION DU REACTEUR A DISTILLATION SOUS VIDE (distillation à voie sèche)

3.1. Paramètres de dimensionnement du système

• Température

On peut définir le concept de température en utilisant le principe zéro de la thermodynamique: deux corps mis en contact prolonge convergent vers un état que l'on appelle équilibre thermique". Et, deux corps étant chacun en équilibre thermique avec un corps de référence, sont en équilibre thermique entre eux.

La température est alors une grandeur caractéristique de la classe d'équivalence de tous les corps en équilibre thermiques entre eux. Encore faut-il pouvoir la mesurer en utilisant un thermomètre (exemple: le thermomètre `a mercure). On peut définir et mesurer la température en utilisant la loi de Boyle-Mariotte2, dont l'expérience montre qu'elle est valable pour des gaz raréfies. On définit donc la température pour une substance idéale.

• Volume

La description de la géométrie du distillateur se fait à partir du cahier des charges client ou à partir d'un besoin client bien exprimé qui contient un plan de détail ou simplement à partir des donnés géométrique voulu.

Le volume utile d'un réacteur dépend du temps de la réaction, lequel est défini par le temps de séjour pour les réacteurs fonctionnant en continu, et par la durée d'une opération pour les réacteurs en batch

• Pression

La force de pression (Figure 1) exercée (par le fluide contenu à l'intérieur de la surface) sur l'élément de surface d^2S situe au point r est



Figure 1 : Représentation de la force de pression

3.2. Caractéristiques géométriques du distillateur

Il s'agit de déterminer les contraintes caractéristiques autour d'un point de la tôle constituant la coque afin de les utiliser dans le cadre de son dimensionnement (épaisseur minimale de la tôle, caractéristiques des joints de soudures) ou d'une vérification réglementaire de ses dimensions.

Le système tubulaire aux extrémités hémisphériques (Figure 2) est en surpression interne d'intensité $||P_0||$, notée P₀ par la suite, et peut être soumis à des actions mécaniques extérieures (deux forces axiales et à deux moments axiaux) issues d'éléments structuraux d'un berceau mobile non représenté. La partie cylindrique du réservoir (virole cylindrique) est caractérisée par un rayon moyen "r" et par une épaisseur "e" qui est un enveloppe mince sous pression : réservoir dont l'épaisseur est très petite par rapport au diamètre intérieur, c'est-à-dire que $\frac{r}{e} \gg 1$ (>20). La modélisation du comportement se fait à partir de l'équilibre d'un petit élément de réservoir isolé (secteur angulaire d'épaisseur « e » avec deux dimensions infinitésimales) et sollicité par des forces de cohésion et de pression intérieure P. On considère les contraintes constantes dans l'épaisseur «e» du réservoir.



Figure 2: Représentation des contraintes exercées sur le distillateur

Pour simplifier l'étude, on propose de modéliser le comportement à partir d'un petit élément parallélépipédique de dimension $(dx \times dy \times e)$ dans un plan parallèle à xy (Figure 3).



Figure 3: Représentation de système d'étude dans le plan (dx, dy,e)

La contrainte de traction qui résiste à la pression interne P_0 exercée sur un cylindre à parois mince est donnée par la formule des chaudronniers (contrainte longitudinale)

$$\sigma_m = \frac{P R_i}{2 h} \qquad (1)$$

Les deux modes de ruine du récipient si la contrainte σ devient trop forte sont :

• La plastification :

La rupture brutale :

 $\sigma_b^p = \sigma_m \qquad (2)$ $\sigma_b^r = \frac{K_c}{\sqrt{\pi a}} \qquad (3)$

Ces paramètres limitent la contrainte maximale admissible σ_m aux valeurs ci-dessus, (p) désignant la contrainte de ruine par plastification (indépendante de a) et (r) celle de ruine par rupture (dépendante de a_c). La contrainte maximale admissible dépend donc de la dimension caractéristique à des défauts selon la loi :

$$\sigma_m(a) = Min(\sigma_b^p, \sigma_b^r) \qquad (4)$$

La valeur a_c correspond au croisement de ces deux lois $\sigma_b^p = \sigma_b^r$ et s'exprime par :

$$a_c = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_c}{\sigma_e}\right)^2 \tag{5}$$

 a_c est une dimension caractéristique du matériau, c'est-à-dire la dimension caractéristique du défaut qui définit la transition entre le régime de plastification et le régime de rupture.

- Si a < a_c : une augmentation de pression induisant une contrainte $\sigma > \sigma_m$ provoque une plastification du distillateur. Une surveillance peut s'effectuer à l'aide de jauges de déformation.
- Si a > a_c une augmentation de pression induisant une contrainte $\sigma > \sigma_m$ provoque une rupture brutale du distillateur avant plastification sans avertissement préalable. Il s'agit d'un mécanisme très dangereux contre lequel il faut se protéger.

En ce qui concerne le réacteur lui-même, il a souvent une forme cylindrique verticale avec fond elliptique. Sa construction est telle qu'il pourra résister au vide et/ou à une certaine pression interne. Le matériau retenu pour le réaliser est souvent sélectionné en vue d'utilisations variées ; à ce titre, l'acier vitrifié constitue une solution particulièrement intéressante du fait de sa résistance à la corrosion et de sa facilité nettoyage. Ce tableau 1 montre les caractéristiques principales de quelques réacteurs distillateur standards.

Capacité [m ³]	1	4	6.3	8	10	16	20	25	32	40
Diamètre [m]	1.2	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.4	3.4
Hauteur utile [m]	1.2	2.0	2.5	3.0	3.18	4.08	4.38	4.75	4.48	5.79
Surface d'échange	4.6	11.7	15.6	18	20.7	29.5	34	39.5	45.4	55.2
[m ²]										
Pression de service : 0 à 0.7 MPa										
Température de service -10 à 250 °C										

Tableau 1 : Caractéristiques de réacteurs distillateurs standards en acier vitrifié (l'API 650)

On en déduit l'organigramme de résolution de la figure 4.



Figure 4: Représentation de l'organigramme de résolution

MADA-HARY, ISSN 2410-0315, vol. 6, 2017

A la suite du calcul des limites admissibles du matériau suivant les relations E1 E3 et E5 de la norme API 650 et pour l'adoption d'une surépaisseur de corrosion CA = 1mm, on trouve

$$S_{d} = \frac{2}{3} 2R_{min}$$
(6)
$$e = \left[\frac{4,9 D (H - 0.3)}{S_{d}} + CA\right]$$
(7)

Avec : Limite d'élasticité X4CrMoS 18 Rmin = 400 MPa

Densité des réactifs G = 0.90

Surépaisseur de corrosion CA = 1mm (API-650).

3.3. Simulation du système par élément fini

Le principe de ces règles est de comparer un terme exprimant les sollicitations mécaniques et/ou thermiques à un terme admissible traduisant la résistance des matériaux. Le terme de comparaison utilisé est la contrainte équivalente, soit celle donnée par la formule de Von Mises, soit celle donnée par Tresca, dans la majorité des codes. En particulier, même si le terme de comparaison est plutôt à faire sur la déformation, l'usage conduit généralement à exprimer les règles en contraintes.

La méthode des éléments finis consiste à idéaliser le milieu continu en le remplaçant par un assemblage d'éléments, et à résoudre les équations d'équilibre au niveau de l'élément. Elle fait partie des méthodes qui, par approximation des variables inconnues, transforment les équations aux dérivées partielles en équations algébriques [Zienkiewicz, 1979] [Gallagher, 1976] [Brebbia, 1985].

3.3.1. Approximation nodale

Les éléments sont supposés reliés entre eux en un nombre fini de points situés sur leur périphérie, appelés nœuds. Les déplacements (et éventuellement les rotations) de ces points sont les inconnues du problème. Une approximation du champ de déplacement dans l'élément est réalisée par interpolation entre les valeurs aux nœuds.

Pour cela, on choisit une ou plusieurs fonctions, appelées fonctions de forme, permettant de définir de façon unique le champ de déplacement dans l'élément. Soit [Un] le vecteur des déplacements aux nœuds et [U] le vecteur des déplacements d'un point quelconque dans l'élément,

On écrit :

$$[U] = [N] [Un]$$
 (8)

avec [N] matrice contenant les fonctions de forme.

3.3.2. Équations de la mécanique

Le déplacement [U] étant connu en tout point de l'élément, les déformations peuvent être calculées [Timoshenko, 1959] [Timoshenko, 1951]. Cela se traduit par une relation qui s'écrit sous forme matricielle:

$$[\varepsilon] = [L][U] = [L][N][U_n] = [B][U_n]$$
(9)

Ces déformations jointes à d'éventuelles déformations initiales, et compte tenu des propriétés d'élasticité du matériau définissent les contraintes en tout point de l'élément :

$$[\sigma] = [D][\varepsilon - \varepsilon_0] \tag{10}$$

On détermine un système de force concentrée aux nœuds de l'élément qui équilibre les contraintes aux frontières et d'éventuelles forces réparties.

Soit $[F_n]$ le vecteur des forces s'exerçant aux nœuds et soit [q] le vecteur des forces reparties. En utilisant le théorème des travaux virtuels, on peut écrire pour tout déplacement virtuel $[\delta U_n]$ que le travail des forces extérieures $[\delta U_n]^T[F_n]$ est égal au travail des forces intérieures pour un élément :

$$\int_{V} \{ [\delta \varepsilon]^{T} [\sigma] - [\delta U_{n}]^{T} [q] \} dV$$
 (11)

Avec V : volume

Soit la relation :

$$[\delta U_n]^T[F_n] = [\delta U_n]^T \int_V [B]^T[\sigma] dV - [\delta U_n]^T \int_V [N]^T[q] dV$$
(12)

Valable quel que soit $[\delta U_n]$

On en déduit

$$[F_n] = [K_g][U_n] + [f_g]$$
(13)

Avec $[K_g] = \int_V [B]^T [D] [B] dV$ matrice de raideur élément

 $[f_a]$ Vecteur des forces équivalentes au chargement externe appliqué à l'élément

3.3.3. Assemblage des éléments

On démontre qu'en appliquant le même concept à la structure complète, on obtient le même type d'équation, à savoir :

$$[F] = [K][U] + [f]$$
(14)

Avec $[K] = \sum_{element} [K_g]$ matrice de raideur de la structure

 $[f] = \sum [f_q]$ Vecteur des forces équivalentes au chargement externe appliqué à la structure

3.3.4. Fonctions d'interpolation géométrique

Jusqu'à maintenant on établit les équations dans le repère général de la structure. Il est utile de définir un élément fini unique dans un repère de référence et d'utiliser une fonction d'interpolation géométrique qui associe chaque élément réel à l'élément de référence :

$$\begin{array}{c} (x)\\ (y)\\ (z) \end{array} = g(\xi,\eta,\zeta) \tag{15}$$

On peut, par cette pratique, constituer des éléments de forme plus complexe. Les intégrations nécessitées pour la construction de $[K_G]et [f_g]$ se font numériquement dans le repère de référence. Un élément est dit isoparamétrique si les fonctions de transformation géométrique sont aux fonctions de forme.

$$x = [N(\xi, \eta, \zeta)] \begin{vmatrix} (x_1) \\ (x_2) \\ (x_3) \end{vmatrix}$$
(16)
$$y = [N(\xi, \eta, \zeta)] \begin{vmatrix} (y_1) \\ (y_2) \\ (y_3) \end{vmatrix}$$
(17)

3.4. Mise en équation de l'isolateur thermique

Pour réduire les pertes calorifiques pour un milieu isolant, il nous faut connaitre le profil de température (Figure 5) à travers la couverture et en déduire le flux.



Figure 5: Profil de la température

Définition du domaine d'études :

Equilibre thermique :

$$\vec{\nabla}. \vec{q}(x) - f_v = 0, \quad \forall x \in [0, L]$$

Loi de comportement

$$\vec{q}(x) = -k\vec{\nabla}\,T(x) \qquad (18)$$

Et soit à résoudre :

$$k\frac{d^2T(x)}{dx^2} + f_{v} = 0, \ \forall \ x \in [0, L]$$
(19)

Conditions aux limites :

Température bimpose en x=0 $(0) = 30^{\circ}$

Condition en flux en x=L $q(L) = h(T(L) - T_{ext})$

La figure 6 représente le nœud fictif.

MADA-HARY, ISSN 2410-0315, vol. 6, 2017



Figure 6: Représentation de nœud fictif

Pour discrétiser le domaine d'études, on admet un nombre fini de nœud fictif de calcul afin de traiter les conditions à la limite selon x=L. Nous associons une variable inconnue par six nœud, soit 5+1=6 inconnues.

$$\begin{cases} \left|\frac{dT}{dx}\right|_{i} \approx \frac{T_{i+1} - T_{i}}{\Delta x} + \Delta x(\dots) \\ \left|\frac{dT}{dx}\right|_{i} \approx \frac{T_{i} - T_{i-1}}{\Delta x} + \Delta x(\dots) \end{cases} (20) \\ \left|\frac{d^{2}T}{dx^{2}}\right|_{i} \approx \frac{T_{i-1} - 2T_{i} + T_{i+1}}{\Delta x^{2}} + \Delta x^{2}(\dots) \\ \left|\frac{dT}{dx}\right|_{i} \approx \frac{T_{i+1} - T_{i-1}}{2\Delta x} + \Delta x^{2}(\dots) \end{cases}$$

L'équation d'équilibre devient :

$$k \left| \frac{d^2 T(x)}{dx^2} \right|_i + f_{vi} = 0 \ \forall \ i = 2, \dots 5$$
 (21)

$$k\frac{T_{i-1} - 2T_i + T_{i+1}}{\Delta x^2} + f_{vi} \approx 0$$
 (22)

Les conditions aux limites deviennent

$$\begin{cases} T_{1} = 30 \\ -k \left| \frac{dT}{dx} \right|_{i=5} \approx -k \frac{T_{5+1} - T_{5-1}}{2\Delta x} = h(T_{5} - T_{ext}) \quad (23) \\ T_{6} = T_{4} + \frac{2h\Delta x}{k} (T_{ext} - T_{5}) \end{cases}$$

Après la réorganisation de la matrice, on a :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k}{\Delta x^2} & -\frac{2k}{\Delta x^2} & \frac{k}{\Delta x^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k}{\Delta x^2} & -\frac{2k}{\Delta x^2} & \frac{k}{\Delta x^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k}{\Delta x^2} & -\frac{2k}{\Delta x^2} & \frac{k}{\Delta x^2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2h}{\Delta x^2} & -2(\frac{k}{\Delta x^2} + \frac{h}{\Delta x}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \end{bmatrix} = \begin{cases} 30 \\ -f_2 \\ -f_3 \\ -f_3 \\ -f_{N-2} - \frac{2h}{\Delta x} T_{ext} \end{cases}$$
(24)

4. RESULTATS ET INTERPRETATIONS

4.1. Les dimensions du système

La figure 7 représente la dimension du réacteur distillateur pour laboratoire selon l'analogie de l'organigramme de la figure 4, l'épaisseur qu'on a utilisée est de deux millimètres, pour une hauteur de trois cent millimètres et avec un diamètre de cent vingt-cinq millimètres.



Figure 7: Dimension du distillateur

Avec :

- 1 : Corps de distillateur
- 2 : Résistance électrique
- 3 : isolant thermique

4.2. Champ de contrainte du distillateur

Le Champ de contrainte du distillateur est représenté dans la figure 8.



Figure 8: Champs de contrainte du distillateur

Pour la partie cylindrique, les contraintes sont faibles selon ce résultat, mais dans la partie supérieure elles y accumulent. Dans l'intersection des deux parties on remarque des contraintes moyennes.

4.3. Profil de température le long de l'isolateur

Le profil de température le long de l'isolateur est représenté dans la figure 9.



Figure 9: Profil de température le long de l'isolateur

De par l'isolateur les calculs thermique donnent une épaisseur de 5 à 8 mm pour garder la chaleur du distillateur entre 200°C à 300°C et obtenir la température ambiante vers l'extérieur. La température diminue selon l'épaisseur de l'isolateur qui est en laines de verre.

5. DISCUSSION

Le dimensionnement du distillateur selon la norme API donne des résultats efficaces pour la production et la conception industrielle, notre réalisation s'est basée sur la conception d'un distillateur de laboratoire (Figure 10). Une correction d'épaisseur, illustre parfaitement ces propos en montrant l'impact du changement d'échelle sur les calculs.





Figure 10 : Photographies du distillateur de laboratoire confectionné et réalisé

La modélisation, qui est utilisée pour simuler le réservoir sous le code ANSYS est une modélisation de structuration. Plusieurs topologies ou configurations sont disponibles à partir de la même structuration. Le nombre de ces configurations est dépendant de la dimension caractéristique du matériau a_c autorise par le matériau, de la géométrie et l'état de surface (rugosité) de la surface révolution. Comme on peut le constater,

le fait de considérer la non-géodésie et de s'en permettre l'utilisation, élargit vraiment les possibilités de design. Le coefficient de glissement maximal se révèle donc être un paramètre d'optimisation tant que celuici est réaliste. La figure 8 montre l'impact de la jonction entre la partie cylindrique et la partie bombée qui présente un non continuité des contraintes. On remarquera que l'épaisseur est beaucoup plus homogène dans le cas de forte contrainte, ce qui a pour conséquence de renforcer la jonction supérieure.

Le modèle de l'isolateur a été calculé en conduction simple, Le profil des températures (Figure 9) qui montre les anomalies thermiques décroissantes de plusieurs dizaines de degrés et de très petite échelle. Comme de telles variations sont réellement présentes, nous ne pouvons pas les observer à l'échelle du modèle des températures extrapolées, d'où l'utilité d'un modèle numérique. Dans le cas où on reste dans le domaine isotropie telle est le cas de la laine de verre, la diminution est cohérente avec le modèle précédente.

6. CONCLUSION

La construction et la conception du réacteur distillateur fait intervenir tout au long du calcul de la structuration trois aspects fondamentaux :

- (i) l'évaluation de l'épaisseur du distillateur selon la pression et la température de fonctionnement ainsi que le diamètre et la hauteur
- (ii) la répartition des contraintes avec le profil de pixellisation (surface de révolution) et
- (iii) le calcul de l'isolateur thermique selon les conditions de température voulu.

Le couplage de ces aspects a permis de proposer un modèle capable de calculer des structurations, et un point nécessaire pour aborder et optimiser la machine. De plus, en intégrant les dernières technologies de l'API dans la prédiction de structurations ainsi pour la construction de référence, la prévision du modèle s'est révélée être en bon accord avec les données expérimentales.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Brebbia C.A., 1985: A handbook of finite elements systems. CML Publ., 500 p.

Field R.V.J. and Grigoriu M., 2004: On the accuracy of the polynomial chaos approximation. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 19(1-2):65 – 80.

Gallagher R.-H., 1976 : Introduction aux éléments finis. *Pluralis* France.

Ghanem R.G. and Spanos P.D., 1991: Stochastic finite elements: a spectral approach. *Springer-Verlag New York, Inc.*, New York, NY, USA.

Labbens R., 1975 : La mécanique des appareils à pression : rapports avec les problèmes de matériaux. *Revue de métallurgie*, France, janv. 1975

Laurin F., 2005 : Approche multi échelle des mécanismes de ruine progressive des matériaux stratifies et analyse de la tenue de structures composites. *Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté* - ONERA, 2005.

Leconte J., 1984 : Chaudronnerie et tuyauteries industrielles. Technique et Documentation Lavoisier, Paris

Miller D.R., 1959: Thermal-stress ratchet mechanism in pressure vessels. *Trans. ASME* (USA), p. 190-6, juin 1959

Zienkiewicz O.C., 1979 : The finite elements method. McGraw Hill, 850 p.

Timoshenko S., Woinowsky and Krieger, 1959: Theory of plates and shells. 2th Ed., McGraw Hill.

Timoshenko S. and Goodier J.-N., 1951: Theory of elasticity. 2th Ed., McGraw Hill.

Vivier S., 2002 : Stratégies d'optimisation par la méthode des plans d'expériences et Application aux dispositifs électrotechniques modélisés par éléments finis. *Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lille*.