MADA-ETI, ISSN 2220-0673, Vol.2, 2020, www.madarevues.gov.mg

Eléments mathématique de base d'un réseau 5G HetNet

***Randriamiadana Z.A*[1], *Randriamitantsoa P. A*[2], *Randriamitantsoa A. A.*[3]**

Laboratoire de Recherche Télécommunication, Automatique, Signal et Images (LR-TASI)

Ecole Doctorale en Sciences et Techniques de l'Ingénierie et de l'Innovation (ED-STII)

Équipe d'Accueil Doctorale Télécommunication, Automatique, Signal et Images (EAD-TASI)

Université d'Antananarivo

BP 1500, Ankatso – Antananarivo 101 – Madagascar

[1] aarlovah@yahoo.fr, [2] rpauguste@gmail.com, [3] andriau23@gmail.com

Résumé

Récemment, l'usage des réalités augmentées, des réalités virtuelles et de l'Internet ont augmenté de manière exponentielle. L'Union Internationale des Télécommunications (UIT) a défini trois grandes catégories d'usages de la cinquième génération cellulaire, qui sont : les communications des objets connectés avec des qualités de service variables selon les besoins (mMTC), l'ultra haut débit en extérieur et intérieur dans des usages courants comme pour la création ou la consommation de vidéo mobile (eMBB) et les communications ultra-fiables adaptées aux applications critiques nécessitant une très faible latence, comme pour des applications de sécurité, les transports ou dans la santé (uRLLC). La cinquième génération de communication sans fil devrait donc permettre de multiplier de 10 à 100 fois le débit des réseaux 4G et d'atteindre une vitesse de transmission de 10 gigabits par seconde au maximum, afin de répondre aux exigences liées à ces principaux cas d'usage.

Dans ce travail, nous allons présenter les éléments mathématiques fondamentaux des réseaux 5G.

Mot clés : *5G, UIT, mMTC, eMBB, uRLLC*

Abstract

Recently, the use of augmented realities, virtual realities and the Internet has increased exponentially. The International Telecommunication Union (ITU) has defined three main categories of uses of the fifth generation cellular, which are: communications of connected objects with variable quality of service according to needs (mMTC), ultra-high-speed outdoor and indoor communications in common uses such as for mobile video creation or consumption (eMBB) and ultra-reliable communications adapted to critical applications requiring very low latency, such as for security,

transport or health applications (uRLLC). The fifth generation of wireless communications should therefore enable a 10 to 100-fold increase in the throughput of 4G networks and reach a transmission speed of up to 10 gigabits per second to meet the requirements of these main use cases.

In this work, we will present the fundamental mathematical elements of 5G networks.

Keywords: *5G, IUT, mMTC, eMBB, uRLLC*

1. Entropie

Avant de recevoir les données d'informations transmis, le récepteur n'a aucune information sur les données transmis. Donc, on peut dire qu'il y a une grande incertitude concernant le signal qu'on va recevoir. L'incertitude concernant le signal transmis ne s'enlève pas avant que le signal arrive au niveau du récepteur mais il est possible qu'il soit juste réduit, dans le cas de l'existence de bruit.
Pourtant, dans le cas où le récepteur a déjà une connaissance sur les informations à recevoir, cela veut dire que l'information n'a pas vraiment de valeur. L'estimation de l'entropie est donc nécessaire afin de définir la quantité d'information contenue ou délivré par une source d'information et permettra donc de capter le degré d'incertitude contenue dans les variables aléatoire [1].

Supposant X étant une variable aléatoire discrète, sur un alphabet fini $\{v_a\}$ avec une loi de probabilité [2.01] :

$$\{FDP_{a,}v_a, a = 1,2, \dots, A\} \tag{1}$$

Avec FDP_a la densité de probabilité pour que $X = v_a$

A le nombre de valeur possible que X peut prendre.

Par intuition, X comporte plus d'incertitude si FDP_a est une constante appartenant au sous-ensemble de l'alphabet de X avec une probabilité égale.

Par contre, si FDP_a a un pic élevé pour des valeurs de b, le niveau d'incertitude sera inférieur parce qu'on sait que X est à peu près égal à v_b.

Dans ce cas, l'entropie de la variable aléatoire X est donc donnée par :

$$I(FDP_{a,}v_a, a = 1,2, \dots, A) \tag{2}$$

Le niveau d'incertitude est estimé en respectant les trois critères suivants [2] :

- La fonction I est une fonction continue de variables $\{FDP_{a,}v_a, a = 1,2, \dots, A\}$
- Les FDP_a sont tous égaux, c'est-à-dire que la distribution est équiprobable, alors une valeur très grande de A signifie un niveau d'incertitude élevé. Par conséquent, le niveau d'incertitude $I(\frac{1}{A}, \frac{1}{A}, \dots, \frac{1}{A})$ augmente monotiquement avec A.

- Une valeur choisit est décomposé en deux valeurs en cascade, alors I est la somme de la valeur individuelle de I pour les sous-choix.

Les deux premiers critères sont définis par intuitions [3], le troisième critère nécessite un peu d'explication. Pour cela, nous allons considérer diviser les valeurs possibles de A en partitions, et on obtient :

$$(FDP_1, FDP_{2,} \dots, FDP_K) \tag{3}$$

$$= q_1(FDP_{11}, FDP_{12}, \dots, FDP_{1A_1}),$$

$$q_2(FDP_{21}, FDP_{22}, \dots, FDP_{2A_2}), \dots,$$

$$= q_B(FDP_{B1}, FDP_{B2}, \dots, FDP_{BA_B}) \tag{4}$$

$$\sum_{b=1}^{B} N_b = K \tag{5}$$

$$\sum_{b=1}^{B} q_b = 1 \tag{6}$$

$$\sum_{a=1}^{A_B} FDP_{ba} = 1 \quad \forall b = 1,2, \dots, B \tag{7}$$

Si par intuition, on divise les K valeurs possibles de X en B groupes, alors le choix de la valeur de X se fait en deux étapes [4] :

- Premièrement, la valeur de X est un groupe

de b avec une probabilité de q_b

- Deuxièmement, étant donné que X

appartient à un groupe de m, elle prend la valeur v_{ba} avec une probabilité FDP_{ba}. Et comme v_{ba} est une des valeurs dans $\{v_k\}$, par conséquent :

$$q_b FDP_{ba} = FDP_k \tag{8}$$

2. Entropie conditionnelle

Pour deux variables aléatoires (X, Y), sur une loi de densité de probabilité conditionnelle $FDP_{(x|y]ba}$, donné par [5] :

$$\left\{(v_{xa}, v_{yb}), FDP_{(x|y]ba}\right\} \tag{9}$$

L'entropie conditionnelle de la variable X par rapport à l'autre variable Y, sur une loi de probabilité conditionnelle $FDP_{(x|y]ba}$ est donc donné par :

$$I(X|Y) = -E\left[\log_2\left(I_{(x|y)ba}\right)\right] \tag{10}$$

$$I(X|Y)$$

$$= -\sum_{a,b} FDP_{xyba} \log_2\left(FDP_{(x|y)ba}\right) \tag{11}$$

3. Entropie conjointe

Pour une paire de variable aléatoire (X, Y), l'entropie de ces deux variables sur une loi de densité de probabilité conjointe $FDP(x, y)$, est donné par [6] :

$$I(X, Y) = -E\left[\log_0\left(FDP_{xyba}\right)\right] \tag{12}$$

$$I(X, Y) \tag{13}$$

$$= -\sum_{a,m} FDP_{xyba} \log_2\left(FDP_{xyba}\right)$$

4. Information mutuelle

L'information mutuelle est définie comme la réduction en incertitude(entropie) sur une variable aléatoire X en révélant une deuxième variable aléatoire Y [7].

Pour X et Y deux variables aléatoires sur des alphabets finis X et Y de loi de probabilité conjointe $FDP_{XY}(x,y)$. Dans ce cas, si on connait la valeur de Y, par exemple, alors on a des informations à propos de X. Par conséquent, notre incertitude concernant X est réduite.

Une telle réduction reflète le fait d'avoir les informations concernant X, à partir de Y. L'information mutuelle de X et Y est donné par :

$$I(X;Y) = I(X) - I(X|Y) \tag{14}$$

Pour une communication sans fil, X est le signal transmis et Y le signal reçu. A cause des effets des bruits, le signal Y n'est pas complètement déterminer par X. Par conséquent, X et Y sont corrélés, selon la caractéristique donnée par la loi de densité de probabilités conditionnelle.

Alors, l'entropie conditionnel $I(X;Y)$ pourra être utiliser pour révéler des informations concernant le signal transmis X, à partir du signal reçu Y. Et comme le mot l'indique, on peut dire que, l'information mutuelle est symétrique, c'est-à-dire que l'information que X révèle sur Y est la même que Y révèle sur X.

Par conséquent, on a :

$$I(X;Y) = I(Y;X) \tag{15}$$

5. Estimation de la capacité de canal

On a vu que l'information mutuelle du signal reçu à la réception est la différence entre l'information mutuelle de $I(X)$ et de l'information mutuelle conditionnelle de $I(X|Y)$. Ceci dépend de la propriété du canal de transmission, qui est caractérisé par une loi de la densité de probabilité $FDP_{(x|y)ba}$ et une distribution à posteriori de X caractérisé par FDP_x[8].

Soit un canal gaussien qui est caractérisé par l'équation :

$$y = x + n \tag{16}$$

Un tel canal peut être représenté par :

$$FDP_{(x|y)_{mn}} = FDP_n(n = y - x) \tag{17}$$

Avec $FDP_n(n = a)$ la probabilité pour que $n = a$

Il n'est pas possible pour un utilisateur du canal de contrôler la loi de probabilité $FDP_n(x)$. Par contre, $FDP_n(x)$ peut être contrôler dans une certaine mesure pour concevoir le signal de transmission. Par conséquent, nous allons nous intéresser sur l'information mutuel maximal pour tout choix de probabilité $FDP_x(x)$[9].

La valeur maximale de l'information mutuelle est considérée comme la capacité C du canal qui est donné par :

$$C = \max_{FDP_x} I(Y;X) \quad (18)$$

En considérant que le canal est un canal symétrique binaire (CSB), c'est-à-dire que le symbole d'entrée X prend des valeurs possibles x_1 et x_2. Le symbole de sortie prend aussi deux valeurs possibles y_1 et y_2.

Le canal est caractérisé par les lois de probabilités suivantes :

$$FDP_{(x|y)11} = FDP_{(y|x)22} = \alpha \quad (19)$$

$$FDP_{(y|x)12} = FDP_{(y|x)}21 = 1 - \alpha \quad (20)$$

Si on utilise un détecteur au niveau du récepteur, qui détermine le signal transmis venant de l'émetteur en se basant à l'étiquetage suivant :

$$y_1 \rightarrow x_1 \quad (21)$$

$$y_2 \rightarrow x_2 \quad (22)$$

A partir de l'équation (15) et selon la loi de probabilité $FDP(y_i|x_i)$, l'information mutuelle $I(Y;X)$ est donné par :

$$I(Y;X) = I(Y) - I(Y|X) \quad (23)$$

En assumant que les probabilités marginales de Y sont :

$$FDP_{y1} = q \quad (24)$$

$$FDP_{y2} = 1 - q \quad (25)$$

Alors on obtient :

$$I(Y) = -[FDP_{y1}\log_2(FDP_{y1}) + FDP_{y2}\log_2(FDP_{y2})] \quad (26)$$

$$I(Y) = -[q\log_2(q) + (1-q)\log_2(1-q)] \quad (27)$$

En plus,

$$I(Y|X) = -\sum_{i,j=1}^{2} FDP_{(y|x)ij} FDP_{xi} \log_2\left(FDP_{(y|x)ij}\right) \quad (28)$$

$$I(Y|X) = -\propto (FDP_{x1} + FDP_{x2})\log_2(\propto) - (1-\propto)(FDP_{x1} + FDP_{x2})\log_2(1-\propto) \quad (29)$$

Ici, FDP_{x1}et FDP_{x2} sont les probabilités pour X de prendre les valeurs x_1 et x_2, respectivement. Comme il y a seulement deux choix de valeurs de X, alors :

$$FDP_{x1} + FDP_{x2} = 1 \quad (30)$$

Par conséquent, on a :

$$I(Y|X) = -[\propto \log_2 \propto + (1-\propto)\log_2(1-\propto)] \quad (31)$$

Par conséquent, l'information mutuelle $I(Y;X)$ est donné par :

$$I(Y;X) = I(Y) - I(Y|X) \qquad (32)$$

$$I(Y;X) = -[q\log_2(q) + (1-q)\log_2(1-q)] + [\propto \log_2 \propto + (1-\propto)\log_2(1-\propto)] \qquad (33)$$

Afin d'avoir la valeur maximale de l'information mutuelle $I(Y;X)$, on a besoin de maximiser la somme $[q\log_2(q) + (1-q)\log_2(1-q)]$ en choisissant q.

Evidemment, la maximisation est effectuée en choisissant $q = 0{,}5$.

Au final, la capacité du canal de transmission est donnée par :

$$C = \max_q I(Y;X)\ (2.111) \qquad (34)$$

$$C = 1 + \propto \log_2 \propto + (1-\propto)\log_2(1-\propto) \qquad (35)$$

6. Evaluation de la qualité du signal

Les principaux paramètres définissant la qualité du signal reçus sont : le rapport signal sur interférence (SNR) et la probabilité d'erreur [10].

6.1 Estimation du SNR pour un signal passe bande

Pour un signal passe bande, le SNR est donné par :

$$SNR_{sp} = \frac{P_{sp}}{P_{bp}} \qquad (36)$$

Avec P_{sp} la puissance du signal passe bande

P_{bp} la puissance du bruit passe bande

Alors, on a :

$$SNR_{p_b} = \frac{\int DS_{sp}(f)\left|\bar{g}_{sp}(2\pi f)\right|^2 df}{\int DS_{bp}(f)\left|\bar{g}_{sp}(2\pi f)\right|^2 df} \qquad (37)$$

Avec DS_{sp} la densité spectrale de la puissance du signal passe bande

DS_{bp} la densité spectrale de la puissance du bruit passe bande

$\bar{g}_{sp}(w)$ est le spectre du filtre de réception correspondant à la filtre de passe bande

On estime g_p avec le filtre de passe bande idéal, tel que :

$$\bar{g}_{sp}(f) = \begin{cases} 1 & \text{si}\left|f - f_{sp}\right| \leq \frac{B_{sp}}{2} \text{ ou } \left|f + f_p\right| \leq \frac{B_{sp}}{2} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \qquad (38)$$

Avec f_{sp} la fréquence porteuse

B_{sp} la bande passante dans le canal passe bande

Dans un canal de bruit blanc additif de Gauss (AWGN), la densité spectrale de puissance du bruit passe bande DS_{bp} est donné par :

$$DS_{bp}(f) = \bar{N}_b(2\pi f) \qquad (39)$$

$$DS_{bp}(f) = \int N_b(\tau)e^{-j2\pi f\tau}\,d\tau \qquad (40)$$

Avec N_b le bruit blanc gaussien

Et comme :

$$N_b(\tau) = \frac{N_0}{2}\delta(t) \qquad (41)$$

Avec N_0 est une constante caractérisant le niveau de puissance du bruit

La densité spectrale DS_{bp} est donné par :

$$DS_{bp}(f) = \frac{N_0}{2} \quad (42)$$

La valeur de la bande passante totale B_{total} est donné par :

$$B_{total} = 2B_{sp} \quad (43)$$

Alors :

$$P_{bp} = N_0 B_{sp} \quad (44)$$

Et comme la fonction de densité de probabilité du signal est donné par :

$$PDF_{sp}(f) = \frac{1}{2} E_s \left[I_s \int \left|\tilde{h}(2\pi f)\right|^2 df \right]^{-1} \left[\left|\tilde{h}(2\pi f - 2\pi f_c)\right|^2 + \left|\tilde{h}(2\pi f + 2\pi f_c)\right|^2 \right] \quad (45)$$

Avec $g_{n_t u}$ et d_u sont les coefficients du gain de canal pour un évanouissement à petite échelle et à grande échelle.

E_s l'énergie par symbole

I_s l'intervalle de symboles

$\tilde{h}(w)$ la spectre du filtre de mise en forme des impulses

Alors, la puissance du signal passe bande est donné par :

$$P_{sp} = \int DS_{sp}(f)df \quad (46)$$

$$P_{sp} = \frac{E_s}{I_s} \quad (47)$$

7. Estimation du SNR pour un signal base bande

Pour un signal bande de base, c'est-à-dire quand les signaux ne subissent pas de transposition en fréquence, le SNR est par définition donné par :

$$SNR_{p_b} = \frac{P_{sb}}{P_{bb}}$$

$$SNR_{sb} = \frac{\int DS_{sb}(f)|\tilde{g}_{sb}(2\pi f)|^2 df}{\int DS_{bb}(f)|\tilde{g}_{sb}(2\pi f)|^2 df}$$

Avec P_{sb} la puissance du signal bande de base

P_{bb} la puissance du bruit bande de base

DS_{sp} la densité spectrale de la puissance

du signal bande de base

$\tilde{g}_{sb}$ le spectre du filtre de réception du signal bande de base

La densité spectrale de puissance du signal bande de base DS_{bb} est donné par :

$$DS_{sb}(f) = \frac{1}{2} E_s \left[T_s \int \left|\tilde{h}(2\pi f)^2 df\right|^2 df \right]^{-1} \left|\tilde{h}(2\pi f)\right|^2 \quad (48)$$

Alors, la puissance du signal bande de base est donné par :

$$P_{sb} = \frac{1}{2}\frac{E_s}{T_s} \quad (49)$$

Pour un canal AWGN, la densité spectrale de puissance du bruit bande de base est donné par :

$$DS_{bb}(f) = \frac{N_0}{2} \tag{50}$$

Alors, la puissance totale du bruit est donnée par :

$$P_{bb} = \frac{N_0}{2} 2B_{sb} \tag{51}$$

$$P_{bb} = N_0 B_{sb} \tag{52}$$

Et comme :

$$B_{sb} = \frac{B_{sp}}{2} \tag{53}$$

Alors, le SNR pour un signal en bande de base est donné par :

$$SNR_{sb} = \frac{1}{2}\frac{E_s}{N_0 B_{sp} T_s} \tag{54}$$

$$SNR_{sb} = \frac{E_s}{N_0 B_{sp} T_s} \tag{55}$$

8. Estimation de la probabilité de couverture dans un réseau HetNet

La probabilité de couverture est différente pour chaque niveau de cellule, la probabilité de couverture total est donnée par :

$$P_{couv} = \sum_{s=1}^{S} T_s \, P_{couv}(s) \tag{56}$$

Avec $P_{couv}(s)$ la probabilité de couverture du signal au niveau du $s^{ième}$ cellule.

La probabilité de couverture, pour un utilisateur spécifique, servi par une station de base, au niveau de la $s^{ième}$ cellule est donné par :

$$P_{couv}(s) = T\left\|C_{M_s}^{-1}\right\|_1 \tag{57}$$

Avec $T = \sum_{t=1}^{S} \lambda_t P_t^{\delta} B_t^{\delta}$

C_{M_s} est une matrice triangulaire de taille $M_s \times M_s$

La fonction de densité de probabilité de r_s est donné par :

$$FDP_{r_s}(r) = 2\pi r\left[\sum_{t=1}^{S} \lambda_t \left(\frac{P_t B_t}{P_s B_s}\right)^{\delta}\right] e^{-\pi r^2\left[\sum_{t=1}^{S}\lambda_t\left(\frac{P_t B_t}{P_s B_s}\right)^{\delta}\right]} \tag{58}$$

La série de puissance $\bar{P}(z)$ est donné par :

$$\bar{P}(z) = \mathbb{E}_{r_0}[P(z)] \tag{59}$$

$$= \mathbb{E}_{r_0}\left[e^{T(z)}\right] \tag{60}$$

$$= \int_0^{\infty} 2\pi\lambda r e^{-\pi\lambda r^2} e^{T(z)} dr \tag{61}$$

$$= \int_0^{\infty} 2\pi\lambda r e^{-\pi\lambda C(z) r^2} dr \tag{62}$$

$$\bar{P}(z) = \frac{1}{C(z)} \tag{63}$$

La série de puissance $\bar{P}(z)$ est donné par :

$$\bar{P}(z) = \mathbb{E}_{r_t}\left[e^{T(z)}\right] \tag{64}$$

$$= \frac{\sum_{t=1}^{S} \lambda_t P_t^\delta B_t^\delta}{C(z)} \qquad (65)$$

$$\bar{P}(z) = \frac{A}{C(z)} \qquad (66)$$

Où les coefficients de $C(z)$ sont donnés par :

$$c_n = \frac{\delta}{\delta - n} \frac{1}{n!} \sum_{t=1}^{S} \lambda_t P_t^\delta B_t^\delta \left(\frac{P_s B_s \tau}{P_t B_t \theta}\right)^n \mathbb{E}_g \left[g_1^n F_1 \left(n - \delta; n + 1 - \delta; -\frac{P_s B_s \tau}{P_t B_t \theta} g\right)\right] \qquad (66)\ (67)$$

$$= \frac{\delta}{(\delta - n)\Gamma(n+1)} \sum_{t=1}^{S} \lambda_t P_t^\delta B_t^\delta \frac{\Gamma(U_t + n)}{\Gamma(U_t)} \left(\frac{U_s B_s}{U_t B_t}\tau\right)^n \times F_1\left(n + U_t, n - \delta; n + 1 - \delta; -\frac{U_s B_s}{U_t B_t}\tau\right) \qquad (68)$$

L'expression de la probabilité de couverture $p_c(s)$ pour $\tau \to \infty$ est donné par :

$$p_{couv}(s) \sim A\tau^{-\delta} sinc(\delta) \frac{\sum_{s=1}^{S} \lambda_s \left(\frac{P_s}{U_s}\right)^\delta \frac{\Gamma(M_s + \delta)}{\Gamma(M_s)}}{\sum_{t=1}^{S} \lambda_t \left(\frac{P_t}{U_t}\right)^\delta \frac{\Gamma(U_t + \delta)}{\Gamma(U_t)}}$$

Et la probabilité de couverture pour un utilisateur spécifique est donnée par :

$$p_{couv} = \sum_{u=1}^{U} A_u p_{couv}(s) \sim \tau^{-\delta} sinc(\delta) \frac{\sum_{s=1}^{S} \lambda_s \left(\frac{P_s}{U_s}\right)^\delta \frac{\Gamma(M_s + \delta)}{\Gamma(M_s)}}{\sum_{t=1}^{S} \lambda_t \left(\frac{P_t}{U_t}\right)^\delta \frac{\Gamma(U_t + \delta)}{\Gamma(U_t)}} \qquad (69)$$

La forme vectorielle de la probabilité de couverture est donnée par :

$$p_{couv} \sim \tau^{-\delta} sinc(\delta) \frac{c^T \lambda}{d^T \lambda} \qquad (70)$$

Tel que λ est un vecteur colonne donnée par :

$$\lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_S]^T \qquad (71)$$

Et le vecteur c est donné par :

$$c = [c_1, c_2, \dots, c_S]^T \qquad (72)$$

Avec

$$c_i = \left(\frac{P_i}{U_i}\right)^\delta \frac{\Gamma(M_i + \delta)}{\Gamma(M_i)} \qquad (73)$$

Et

$$d = [d_1, d_2, \dots, d_S]^T \qquad (74)$$

Avec

$$d_i = \left(\frac{P_i}{U_i}\right)^\delta \frac{\Gamma(U_i + \delta)}{\Gamma(U_i)} \qquad (75)$$

Alors

$$p_{couv}(s) \sim \tau^{-\delta} sinc(\delta) \frac{c^T \lambda}{d^T \lambda} \qquad (76)$$

Alors, la probabilité de couverture maximale est donnée par :

$$\underset{\{\lambda_s\}}{\text{maximiser}}\, p_{couv} \qquad (77)$$

De telle manière que :

$$0 \leq \lambda_s \leq \lambda_s^{max}, \forall s \in S \qquad (78)$$

Alors :

$$p_{couv}^{max} = p_{couv}(s) \quad pour\ s = \arg\max_{t} \frac{\frac{\Gamma(M_t + \delta)}{\Gamma(M_t)}}{\frac{\Gamma(U_t + \delta)}{\Gamma(U_t)}}$$

9. Efficacité spectrale par unité de surface

L'efficacité spectrale, dans le cas d'une transmission avec un débit de transmission fixe, est donné par :

$$\mathrm{ES_t} = \mathrm{p_{couv} R_0} \qquad (79)$$

Avec $\mathrm{p_{couv}}$ la probabilité de couverture

$\mathrm{R_0}$ le débit achevé pour chaque lien de transmission

Tel que $\mathrm{R_0}$ est donné par :

$$\mathrm{R_0} = \log_2(1 + \tau) \qquad (80)$$

Sur ce, si un nombre U de terminal utilisateur est servis, en simultané, par les émetteurs, le débit de transmission est donné par :

$$\mathrm{R_0} = \mathrm{U} \log_2(1 + \tau) \qquad (81)$$

Si dans le cas où le réseau est constitué d'une seule cellule, alors l'efficacité spectrale par unité de surface est donnée par :

$$\mathrm{ES_a} = \lambda_\mathrm{t} \mathrm{SE_t}(2.77) \qquad (82)$$

$$\mathrm{ES} = \lambda_\mathrm{t} \mathrm{p_{couv} R_0}(2.78) \qquad (83)$$

Donc, en utilisant l'équation (2.77), l'efficacité spectrale, par unité de surface, est donné par :

$$\mathrm{ES_a} = \sum_{\mathrm{s}=1}^{\mathrm{S}} \lambda_\mathrm{s} \mathrm{U_s p_{couv}(s)} \log_2(1 + \tau) \qquad (84)$$

10. Conclusion

Ce travail nous a permis de voir quelques modèles mathématiques de base utile pour la modélisation et l'évaluation de performance d'un système de communication 5G hétérogène. En plus, on le modèle pour calculer la probabilité de couverture d'un réseau HetNet et pour estimer l'efficacité spectrale par unité de surface du réseau.

11. Références

[1] Feng Ouyang, *"Digital Communication for Practicing Engineers"*, IEEE Press, 2020

[2] B. P. Lathi and Z. Ding, *"Modern Digital and Analog Communication Systems"*, 4th ed. New York: Oxford University Press, 2009

[3] H. Q. Ngo, E. G. Larsson, and T. L. Marzetta, *"Energy and spectral efficiency of very large multiuser MIMO systems"*, IEEE Trans. Commun., vol. 61, no. 4, pp. 1436–1449, Apr. 2013

[4] P. A. Dighe, R. K. Mallik, and S. S. Jamuar, *"Analysis of transmit–receive diversity in Rayleigh fading,"* IEEE Trans. Commun., vol. 51, no. 4, pp. 694–703, Apr. 2003

[5] M. R. McKay, I. B. Collings, and A. M. Tulino, *"Achievable sum rate of MIMO*

MMSE receivers: A general analytic framework", IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 56, no. 1, pp 396–410, Jan. 2010.

[6] J. Hoydis, S. ten Brink, and M. Debbah, *"Comparison of linear precoding schemes for downlink massive MIMO,",* in Proc. Of IEEE International Conf. on Communications (ICC), Jun. 2012

[7] H.Q.Ngo,*"MassiveMIMO:Fundamentals and system designs",* Ph.D. Linköping University, Linköping, Sweden, 2015