

Modélisation tensorielle du radar MIMO avec diversité spatio-temporelle et de codage pour l'estimation de paramètres

Randriambelonoro S.V.N.¹, Randriamitantsoa P. A.², Randriamitantsoa A. A.³

Laboratoire de Recherche Télécommunication, Automatique, Signal et Images (LR-TASI)
Ecole Doctorale en Sciences et Techniques de l'Ingénierie et de l'Innovation (ED-STII)
Ecole Supérieure Polytechnique d'Antananarivo
Université d'Antananarivo
BP 1500, Ankatso – Antananarivo 101 – Madagascar

¹valimbavakanokoloina@gmail.com, ²rpauguste@gmail.com, ³andriau23@gmail.com

Résumé

Dans ce travail, nous proposons des méthodes basées sur les tenseurs pour estimer les paramètres dans un radar MIMO bistatique. Nous présentons dans un premier temps, les paramètres de base dans un système radar MIMO bistatique; dans un second temps, nous abordons les modèles PARAFAC de base. Différentes approches de modélisation sont détaillées en considérant un canal instantané ou convolutif, traité avec des données brutes ou statistiques. L'algorithme que nous proposons est basée sur la connaissance a priori d'une matrice de codage en utilisant le produit de Khatri-Rao à l'émission. A partir du modèle nested-PARAFAC des signaux reçus, deux étages d'algorithme de moindres carrés alternées nous permettent d'estimer avec précision tous les paramètres de transmission: DoA, DoD, les coefficients d'évanouissement et les symboles transmis. Plusieurs critères tels le RMSE, la PSD, le NMSE et le SER sont testés avec des valeurs numériques lors des simulations, où nous

avons vu que les méthodes basées sur les tenseurs offrent plus de performance comparées avec les approches matricielles dûe au fait que plusieurs types de diversités peuvent être pris en compte simultanément.

Mots-clés : modèle tensoriel, PARAFAC, estimation, produit de Khatri-Rao, ALS, radar MIMO

Abstract

In this paper we propose tensor-based methods for parameter estimations in bistatic MIMO radar. We first present the basic MIMO radar system parameters including the array steering matrix at the reception and the transmission, the fading coefficients matrix, the symbol matrix and the delay propagation matrix and second the useful PARAFAC models. Different approaches of modelisation are detailed considering instant or convolutive channel processing with raw and statistical data. Our proposed algorithm is based on the knowledge of a coding matrix using Khatri-Rao products at the transmission. Using

nested-PARAFAC model, two stages of alternating least squares algorithm allow us to estimate with accuracy all of the transmission parameters: DoA, DoD, fading coefficients and transmitted symbols. Several criteria such as RMSE, PSD, NMSE and SER are tested in the simulation section, where we can see that tensor-based methods provide efficiency due to the fact that they can take into account different kinds of diversity simultaneously.

Keywords : tensor model, PARAFAC, estimation, Khatri-Rao product, ALS, MIMO radar

1. Introduction

L'estimation de paramètres dans les systèmes de communication sans fil ont attirés l'attention des chercheurs récemment. Estimer l'information transmise avec le paramètre transmis est crucial dans le domaine des radars. Dans [1], [2] et [3]-[5], des méthodes classiques basées sur des algorithmes d'espace propres comme MUSIC (multiple signal classification) et ESPRIT (signal parameters via rotational invariance techniques) sont utilisés pour estimer les directions de départ DoD (direction of departure) et d'arrivée DoA (direction of arrival). Dans [6], le travail pilier sur la séparation de source avec les modèles PARAFAC [7] a été proposé. Ensuite, viennent plusieurs papiers sur l'estimation de canal [8]-[11], l'estimation de signature spatiale [12]-

[16] et l'estimation de paramètres [17]-[20]. L'avantage principal avec les méthodes tensorielles repose sur le fait de pouvoir prendre en compte plusieurs diversités en simultanée. En effet, les opérations basiques de produit de Kronecker et de Khatri-Rao permettent d'estimer les paramètres de transmission, en obtenant des résultats avec uniquement des ambiguïtés de permutation et de facteur d'échelle sous les conditions de Kruskal [21]. Les minimum d'informations a priori information sont utilisées pour supprimer ces ambiguïtés.

A travers cet ouvrage, nous proposons une nouvelle méthode qui repose sur la décomposition PARAFAC pour estimer l'information transmise et les paramètres liés à la transmission. La décomposition nested-PARAFAC [22] a été exploitée pour modéliser le signal reçu. A l'émission, on suppose une matrice de codage connue appliquée à la matrice de symboles via le produit de Khatri-Rao. A la réception, les symboles transmis, la DoD et la DoA sont estimés à partir des signaux reçus. Pour ce faire, nous appliquons un double algorithme de moindres carrés alternés.

2. Paramètres du système radar MIMO

Avant de modéliser les signaux reçus et de proposer des algorithmes d'estimation de paramètres, nous allons voir en premier lieu

les différents systèmes matriciels qui entrent en jeu dans un radar MIMO.

2.1. Matrice directrice à la réception

Soit On suppose des fronts d'onde planaires à bande étroite arrivant sur un réseau de capteurs qui sert de réseau de réception dans un système radar MIMO. Le nombre N d'échantillons temporels est plus grand que le nombre M_R d'antennes de réception, qui est lui – même plus grand que le nombre L de cibles dans la zone d'intérêt. Autrement dit, on a les relations :

$$N > M_R > L$$

Ainsi, les signaux issus de chaque cible sont de la forme :

$$s(n) = e^{-j\omega n} \quad (01)$$

Pour un réseau linéaire uniforme (ULA), on se réfère à la première antenne du réseau de réception pour modéliser le signal reçu, comme illustré sur la **Figure 01**.

On obtient la forme vectorielle des signaux reçus telle que:

$$\mathbf{x}(n) = \mathbf{a}^{(R)}(\tau_l) s(n) \quad (02)$$

Avec

$$\mathbf{a}^{(R)}(\tau_l) = [1, e^{-j\omega\tau_l}, e^{-j\omega 2\tau_l}, \dots, e^{-j\omega(M_R-1)\tau_l}]^T \quad (03)$$

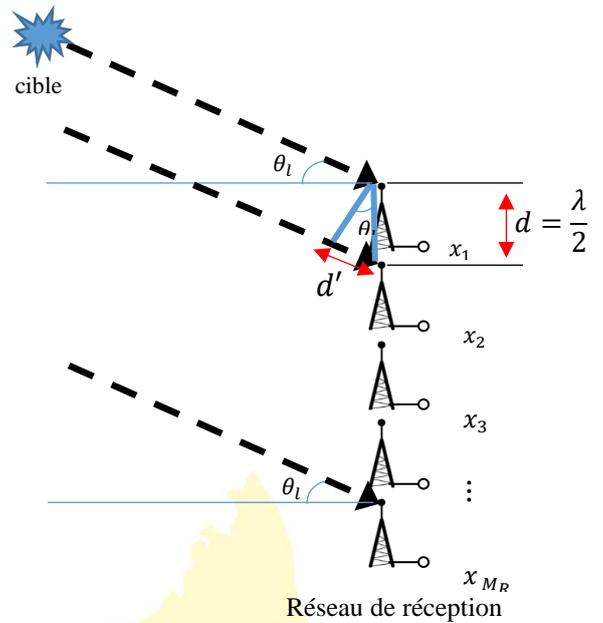


Figure 01 : Illustration de l'angle d'arrivée

Or $\omega\tau_l = \mu_l$ étant la fréquence spatiale, on obtient alors l'expression du vecteur directeur à la réception tel que :

$$\begin{aligned} \mathbf{a}^{(R)}(\tau_l) &= [1, e^{-j\mu_l}, e^{-j2\mu_l}, \dots, e^{-j(M_R-1)\mu_l}]^T \quad (04) \end{aligned}$$

Où $\mu_l = \omega\tau_l = 2\pi f\tau_l$ avec $\tau_l = \frac{d'}{c} = \frac{d \sin(\theta_l)}{c}$

Donc :

$$\mu_l = 2\pi f \frac{d \sin(\theta_l)}{c} = 2\pi \frac{1}{\lambda} \frac{\lambda}{2} \sin(\theta_l) \quad (05)$$

$$\mu_l = \pi \sin(\theta_l)$$

Ainsi, on obtient l'expression du vecteur directeur à la réception de la l -ème cible en fonction de l'angle d'arrivée θ_l :

$$\begin{aligned} \mathbf{a}^{(R)}(\theta_l) &= [1, e^{-j\pi \sin(\theta_l)}, e^{-j2\pi \sin(\theta_l)}, \dots, e^{-j(M_R-1)\pi \sin(\theta_l)}]^T \quad (06) \end{aligned}$$

Et la matrice directrice des L cibles par rapport au réseau de réception est donnée par :

$$\mathbf{A}^{(R)}(\theta) = [\mathbf{a}^{(R)}(\theta_1), \mathbf{a}^{(R)}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}^{(R)}(\theta_L)] \in \mathbb{C}^{M_R \times L} \quad (07)$$

2.2. Matrice directrice à l'émission

Par analogie au paragraphe précédent sur la matrice du réseau de réception, on a maintenant l'angle ϕ_l désignant la direction de départ de la l -ème cible par rapport au réseau d'émission.

D'où l'expression du vecteur à l'émission de la l -ème cible en fonction de l'angle de départ ϕ_l :

$$\mathbf{a}^{(T)}(\phi_l) = [1, e^{-j\pi \sin(\phi_l)}, e^{-j2\pi \sin(\phi_l)}, \dots, e^{-j(M_R-1)\pi \sin(\phi_l)}]^T \quad (08)$$

Et la matrice directrice des L cibles par rapport au réseau d'émission est donnée par :

$$\mathbf{A}^{(T)}(\phi) = [\mathbf{a}^{(T)}(\phi_1), \mathbf{a}^{(T)}(\phi_2), \dots, \mathbf{a}^{(T)}(\phi_L)] \in \mathbb{C}^{M_T \times L} \quad (09)$$

2.3. Matrice des coefficients d'évanouissement

En supposant I blocs de transmission au niveau de chaque m_T -ème antenne d'émission, les coefficients RCS issus des L cibles peuvent être rassemblés dans une matrice tels que :

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{1,1} & b_{1,2} & \dots & b_{1,L} \\ b_{2,1} & b_{2,2} & \dots & b_{2,L} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ b_{I,1} & b_{I,2} & \dots & b_{I,L} \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{I \times L} \quad (10)$$

2.4. Matrice des retards de propagation

En présence d'un canal de transmission convolutif, le système d'émission tient compte alors de la mémoire du canal qui se traduit mathématiquement par des retards de propagation. Si le support fini de la réponse impulsionnelle du canal est égal à K symboles périodes et qu'on est en présence de L cibles, alors la matrice des retards de propagation est donnée par :

$$\mathbf{G}(\tau) = [\mathbf{g}(\tau_1) \mathbf{g}(\tau_2) \dots \mathbf{g}(\tau_L)] \in \mathbb{C}^{K \times L} \quad (11)$$

Avec généralement $\mathbf{g}(\tau_l) = [g(-\tau_l), g(T - \tau_l), \dots, g((K-1)T - \tau_l)]^T \in \mathbb{C}^K$ et T est la période d'échantillonnage.

2.5. Matrice des signaux émis

Supposons qu'une transmission est composée de I blocs de transmission et que chaque antenne d'émission d'un système radar possède une séquence d'apprentissage formée par N symboles connus à la réception telle que :

$$\mathbf{s}(i) = \begin{bmatrix} s(i, 1) \\ \vdots \\ s(i, N) \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^N \quad (12)$$

Alors la matrice de la séquence d'apprentissage transmise par les M_T antennes d'émission est donnée par :

$$\mathbf{S} = [\mathbf{s}(1), \dots, \mathbf{s}(M_T)] \in \mathbb{C}^{N \times M_T} \quad (13)$$

3. Décompositions tensorielles de base

3.1. Modèle PARAFAC des tenseurs d'ordre 3

Soit le tenseur $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{I \times J \times K}$. Sa décomposition PARAFAC sous-forme scalaire est donnée par l'équation :

$$x_{ijk} = \sum_{r=1}^R a_{ir} b_{jr} c_{kr} \quad (14)$$

Sous-forme de produits mode- n et de produits extérieurs de vecteur, on a les expressions :

$$\begin{aligned} \mathcal{X} &= \mathbf{J}_{NR} \times_1 \mathbf{A} \times_2 \mathbf{B} \times_3 \mathbf{C} \\ \mathcal{X} &= \sum_{r=1}^R (\mathbf{A}_{:,r} \circ \mathbf{B}_{:,r} \circ \mathbf{C}_{:,r}) \end{aligned} \quad (15)$$

Les formes matricisées et vectorisées du modèle PARAFAC d'un tenseur d'ordre 3 sont données par les équations :

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{IXJK} &= \mathbf{A} (\mathbf{B} \diamond \mathbf{C})^T \\ \mathbf{X}_{JXKI} &= \mathbf{B} (\mathbf{C} \diamond \mathbf{A})^T \\ \mathbf{X}_{KXIJ} &= \mathbf{C} (\mathbf{A} \diamond \mathbf{B})^T \end{aligned} \quad (16)$$

Où $\text{vec}(\mathcal{X})$ est d'ordre $L = \prod IJK$.

Les résultats d'unicité du modèle PARAFAC, autrement dit de l'unicité des estimations $\hat{\mathbf{A}}$; $\hat{\mathbf{B}}$

et $\hat{\mathbf{C}}$ est liée au concept de rang- k des matrices facteurs. La condition de Kruskal stipule que si $k_A + k_B + k_C \geq (2L + 1)$, où k_A , k_B et k_C désignent le rang de Kruskal respectif de \mathbf{A} , \mathbf{B} et \mathbf{C} , alors les estimations des matrices facteurs sont uniques à des permutations de colonnes et multiplication par des scalaires près.

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{A}} &= \mathbf{A} \mathbf{\Pi} \mathbf{\Delta}_A \\ \hat{\mathbf{B}} &= \mathbf{B} \mathbf{\Pi} \mathbf{\Delta}_B \\ \hat{\mathbf{C}} &= \mathbf{C} \mathbf{\Pi} \mathbf{\Delta}_C \end{aligned} \quad (17)$$

Les détails de l'algorithme ALS pour un tenseur d'ordre-3 sont résumés dans le **Tableau 01**.

3.2. Modèle nested-PARAFAC

La décomposition nested – PARAFAC suppose que la n -ème matrice facteur $\mathbf{B}^{(n)} \in \mathbb{C}^{I_n \times L}$ dans un modèle PARAFAC est un dépliement matriciel d'une décomposition PARAFAC additionnelle. Ainsi, si $\mathbf{B}^{(1)} \in \mathbb{C}^{I_1 \times L}$ est le dépliement mode-1 d'un tenseur d'ordre-3 $\mathcal{Y} \in \mathbb{C}^{J_1 \times J_2 \times J_3}$ alors, $\mathbf{B}^{(1)} = [\mathcal{Y}]_{(1)}$ où $J_1 = I_1$ et $J_2 J_3 = L$.

La décomposition nested – PARAFAC d'un tenseur d'ordre-3 \mathcal{X} est donnée par les relations :

$$\begin{aligned} \mathcal{X} &= \mathbf{J}_{3,L} \times_1 [\mathcal{Y}]_{(1)} \times_2 \mathbf{B}^{(2)} \times_3 \mathbf{B}^{(3)} \\ \mathcal{X} &= \mathbf{J}_{3,L} \times_1 \mathbf{A}^{(1)} \times_2 \mathbf{A}^{(2)} \times_3 \mathbf{A}^{(3)} \end{aligned} \quad (18)$$

Tableau 01 : Algorithme moindres carrés alternés (ALS-PARAFAC)

ALS
Procedure: ALS 1: $t = 0$ 2: Initialiser $\hat{\mathbf{A}}_{(t=0)}$ et $\hat{\mathbf{B}}_{(t=0)}$ 3: $t = t + 1$ 4: A partir de l'expression de $\mathbf{X}_{IJ \times K}$, obtenir une estimation LS de $\hat{\mathbf{C}}^T$: $\hat{\mathbf{C}}_{(t)}^T = (\mathbf{A}_{(t-1)} \circ \mathbf{B}_{(t-1)})^\dagger \mathbf{X}_{IJ \times K}$
5: A partir de l'expression de $\mathbf{X}_{JK \times I}$, obtenir une estimation LS de $\hat{\mathbf{A}}^T$: $\hat{\mathbf{A}}_{(t)}^T = (\mathbf{B}_{(t-1)} \circ \mathbf{C}_{(t)})^\dagger \mathbf{X}_{JK \times I}$
6: A partir de l'expression de $\mathbf{X}_{KI \times J}$, obtenir une estimation LS de $\hat{\mathbf{B}}^T$: $\hat{\mathbf{B}}_{(t)}^T = (\mathbf{C}_{(t)} \circ \mathbf{A}_{(t)})^\dagger \mathbf{X}_{KI \times J}$
7: Répéter les étapes 3-6 jusqu'à convergence

La première équation est le modèle PARAFAC externe et la seconde est dite modèle PARAFAC interne avec matrices facteurs $(\mathbf{A}^{(1)}, \mathbf{A}^{(2)}, \mathbf{A}^{(3)})$. L'estimation des matrices facteurs d'une décomposition nested – PARAFAC se fait à travers deux algorithmes ALS successifs. Le premier étage consiste à déterminer les matrices facteurs du PARAFAC externe et le second étage s'effectue à partir de l'estimation du dépliement matriciel du tenseur \mathbf{y} obtenu précédemment.

Les détails de l'algorithme ALS – Nested – PARAFAC sont résumés dans le **Tableau 02**.

4. Modélisation du système

Considérons un système formé par une seule antenne à l'émission et M_R antennes à la réception. On suppose que le canal entre

l'émetteur et un récepteur peut être paramétré comme une superposition de L trajets correspondant à L cibles présentes dans la zone d'intérêt. A un trajet l est associé un diffuseur qui détermine un angle d'arrivée θ_l (DoA) par rapport au réseau de réception.

Tableau 02 : Algorithme ALS nested-PARAFAC

ALS-Nested-PARAFAC
Procedure: ALS-Nested-PARAFAC 1 ^{er} étage: ALS du PARAFAC externe 1: $t = 0$ 2: Initialiser $\hat{\mathbf{B}}_{(t=0)}^{(2)}$ et $\hat{\mathbf{B}}_{(t=0)}^{(3)}$ 3: $t = t + 1$ 4: A partir de l'expression de $[\mathcal{X}]_{(1)}$, obtenir une estimation LS de $\hat{\mathbf{B}}^{(1)}$: $\hat{\mathbf{B}}_{(t)}^{(1)T} = (\mathbf{B}_{(t-1)}^{(3)} \circ \mathbf{B}_{(t-1)}^{(2)})^\dagger [\mathcal{X}]_{(1)}$
5: A partir de l'expression de $[\mathcal{X}]_{(2)}$, obtenir une estimation LS de $\hat{\mathbf{B}}^{(2)}$: $\hat{\mathbf{B}}_{(t)}^{(2)T} = (\mathbf{B}_{(t-1)}^{(3)} \circ \mathbf{B}_{(t)}^{(1)})^\dagger [\mathcal{X}]_{(2)}$
6: A partir de l'expression de $[\mathcal{X}]_{(3)}$, obtenir une estimation LS de $\hat{\mathbf{B}}^{(3)}$: $\hat{\mathbf{B}}_{(t)}^{(3)T} = (\mathbf{B}_{(t)}^{(2)} \circ \mathbf{B}_{(t)}^{(1)})^\dagger [\mathcal{X}]_{(3)}$
7: Répéter les étapes 3-6 jusqu'à convergence 1 ^{er} étage: ALS du PARAFAC externe 8: Reconstruire le tenseur \mathcal{Y} à partir de $\hat{\mathbf{B}}^{(1)} = [\mathcal{Y}]_{(1)}$ 9: $t = 0$ 10: Initialiser $\hat{\mathbf{A}}_{(t=0)}^{(2)}$ et $\hat{\mathbf{A}}_{(t=0)}^{(3)}$ 11: $t = t + 1$ 12: A partir de l'expression de $[\mathcal{Y}]_{(1)}$, obtenir une estimation LS de $\hat{\mathbf{A}}^{(1)}$: $\hat{\mathbf{A}}_{(t)}^{(1)T} = (\mathbf{A}_{(t-1)}^{(3)} \circ \mathbf{A}_{(t-1)}^{(2)})^\dagger [\mathcal{Y}]_{(1)}$
13: A partir de l'expression de $[\mathcal{Y}]_{(2)}$, obtenir une estimation LS de $\hat{\mathbf{A}}^{(2)}$: $\hat{\mathbf{A}}_{(t)}^{(2)T} = (\mathbf{A}_{(t-1)}^{(3)} \circ \mathbf{A}_{(t)}^{(1)})^\dagger [\mathcal{Y}]_{(2)}$
14: A partir de l'expression de $[\mathcal{Y}]_{(3)}$, obtenir une estimation LS de $\hat{\mathbf{A}}^{(3)}$: $\hat{\mathbf{A}}_{(t)}^{(3)T} = (\mathbf{A}_{(t)}^{(2)} \circ \mathbf{A}_{(t)}^{(1)})^\dagger [\mathcal{Y}]_{(3)}$
15: Répéter les étapes 11-14 jusqu'à convergence

Une transmission est composée de I blocs et l'amplitude d'évanouissement du trajet est

constante sur un bloc de données de transmission mais varie entre deux blocs, constituant ainsi un paramètre court-terme du système. Le paramètre θ_i étant constant sur I blocs de transmission constitue un paramètre long-terme du système. L'antenne d'émission possède une séquence d'apprentissage formée par N symboles connus à la réception donnée par [4.04, 4.05, 4.10, 4.14, 4.15] :

$$\mathbf{s}_i = \begin{bmatrix} s_{i,1} \\ \vdots \\ s_{i,N} \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^N \quad (19)$$

4.1. Radar MIMO avec canal instantané

La séquence d'apprentissage est réutilisée sur les I blocs de transmissions, autrement dit :

$$\mathbf{s}_i = \mathbf{s} \quad \forall i = 1, \dots, I$$

4.1.1. Traitement du canal instantané avec des données brutes

La réponse impulsionnelle du canal entre la m_T -ème antenne d'émission et la m_R -ème antenne de réception pour le i -ème bloc de transmission est donnée par :

$$h_{i,m_R,m_T} = \sum_{l=1}^L b_{i,l} a_{m_R,l}^{(R)} a_{m_T,l}^{(T)} \quad (20)$$

Ce qui peut être vu comme la composante scalaire du modèle PARAFAC du tenseur de canal d'ordre-3 $\mathcal{H} \in \mathbb{C}^{I \times M_R \times M_T}$ de paramètres $(\mathbf{B}, \mathbf{A}^{(R)}, \mathbf{A}^{(T)}; L)$.

Le n -ème signal reçu à la m_R -ème antenne de réception pour le i -ème bloc de transmission est donnée par :

$$x_{i,m_R,n} = \sum_{m_T=1}^{M_T} h_{i,m_R,m_T} s_{n,m_T} \quad (21)$$

$$x_{i,m_R,n} = \sum_{m_T=1}^{M_T} \sum_{l=1}^L b_{i,l} a_{m_R,l}^{(R)} a_{m_T,l}^{(T)} s_{n,m_T}$$

Le modèle matriciel du canal peut être écrit comme :

$$\mathbf{H}_{i..} = [\mathbf{A}^{(R)} \text{diag}(\mathbf{B}_i)] \mathbf{A}^{(T)T} \in \mathbb{C}^{M_R \times M} \quad (22)$$

Et le modèle matriciel des signaux reçus peut être écrit comme :

$$\mathbf{X}_{i..} = \mathbf{H}_{i..} \mathbf{S}^T \in \mathbb{C}^{M_R \times N}$$

$$\mathbf{X}_{i..} = [\mathbf{A}^{(R)} \text{diag}(\mathbf{B}_i)] \mathbf{A}^{(T)T} \mathbf{S}^T \quad (23)$$

$$\mathbf{X}_{i..} = [\mathbf{A}^{(R)} \text{diag}(\mathbf{B}_i)] \mathbf{C}^T$$

Où $\mathbf{C} = \mathbf{S} \mathbf{A}^{(T)} \in \mathbb{C}^{N \times L}$.

Ainsi, les matrices empilant I blocs de $\mathbf{H}_{i..}$ et I blocs de $\mathbf{X}_{i..}$ peuvent être vues respectivement comme les i -ème tranches matricielles du tenseur de canal et du tenseur des signaux reçus. On a de ce fait :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{1..} \\ \vdots \\ \mathbf{H}_{I..} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{(R)} \text{diag}(\mathbf{B}_1) \mathbf{A}^{(T)T} \\ \vdots \\ \mathbf{A}^{(R)} \text{diag}(\mathbf{B}_I) \mathbf{A}^{(T)T} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{(R)} \text{diag}(\mathbf{B}_1) \\ \vdots \\ \mathbf{A}^{(R)} \text{diag}(\mathbf{B}_I) \end{bmatrix} \mathbf{A}^{(T)T} \end{aligned} \quad (24)$$

Donc, on obtient :

$$\mathbf{H}_{IM_R \times M_T} = (\mathbf{B} \diamond \mathbf{A}^{(R)}) \mathbf{A}^{(T)T}$$

Et (25)

$$\mathbf{X}_{IM_R \times N} = (\mathbf{B} \diamond \mathbf{A}^{(R)}) \mathbf{C}^T$$

$\mathbf{X}_{IM_R \times N}$ correspond à la représentation sous-forme de dépliement matriciel du tenseur des signaux reçus $\mathcal{X} \in \mathbb{C}^{I \times M_R \times N}$ d'ordre-3 qui suit une décomposition PARAFAC avec les paramètres $(\mathbf{B}, \mathbf{A}^{(R)}, \mathbf{C}; L)$.

Les deux autres représentations sous-forme de dépliements matriciels sont :

$$\mathbf{X}_{M_R N \times I} = (\mathbf{A}^{(R)} \diamond \mathbf{C}) \mathbf{B}^T \quad (26)$$

$$\mathbf{X}_{NI \times M_R} = (\mathbf{C} \diamond \mathbf{B}) \mathbf{A}^{(R)T}$$

Nous pouvons alors utiliser l'algorithme ALS décrit dans le **Tableau 01** pour estimer les matrices \mathbf{B} , $\mathbf{A}^{(R)}$ et \mathbf{C} .

4.1.2. Traitement du canal instantané avec des données statistiques

La matrice de covariance des signaux reçus est donnée par :

$$\mathbf{R}_{IM_R \times IM_R} = \mathbf{X}_{IM_R \times N} \mathbf{X}_{IM_R \times N}^H \in \mathbb{C}^{IM_R \times IM_R} \quad (27)$$

$$\mathbf{R}_{IM_R \times IM_R} = (\mathbf{B} \diamond \mathbf{A}^{(R)}) \mathbf{C}^T \mathbf{C}^* (\mathbf{B} \diamond \mathbf{A}^{(R)})^H$$

$$\mathbf{R}_{IM_R \times IM_R} = (\mathbf{B} \diamond \mathbf{A}^{(R)}) \mathbf{C}_S (\mathbf{B} \diamond \mathbf{A}^{(R)})^H$$

Où $\mathbf{C}_S = \mathbf{C}^T \mathbf{C}^* = \mathbf{G}^T \mathbf{S}^T \mathbf{S}^* \mathbf{G}^* \in \mathbb{C}^{L \times L}$.

Posons $\mathbf{Z} = (\mathbf{B} \diamond \mathbf{A}^{(R)}) \mathbf{C}_S \in \mathbb{C}^{IM_R \times L}$.

Alors on peut avoir :

$$\mathbf{R}_{IM_R \times IM_R} = \mathbf{Z} (\mathbf{B}^* \diamond \mathbf{A}^{(R)*})^T \quad (28)$$

Ce qui peut être vu interprété comme le dépliement matriciel du tenseur de covariance des signaux reçus $\mathbf{R} \in \mathbb{C}^{IM_R \times I \times M_R}$ d'ordre-3 qui suit un modèle PARAFAC avec les paramètres $(\mathbf{Z}, \mathbf{B}^*, \mathbf{A}^{(R)*}; L)$.

Les deux autres représentations sous-forme de dépliements matriciels sont :

$$\mathbf{R}_{I \times M_R IM_R} = \mathbf{B}^* (\mathbf{A}^{(R)*} \diamond \mathbf{Z})^T \quad (29)$$

$$\mathbf{R}_{M_R \times I IM_R} = \mathbf{A}^{(R)*} (\mathbf{B}^* \diamond \mathbf{Z})^T$$

Nous pouvons alors utiliser l'algorithme ALS décrit dans le **Tableau 01** pour estimer les matrices \mathbf{Z} , \mathbf{B}^* et $\mathbf{A}^{(R)*}$.

4.2. Radar MIMO avec canal convolutif

On suppose à présent la présence d'un retard relatif de propagation τ_l pour le l -ème trajet qui est constant sur I blocs de transmission.

Le support fini de la réponse impulsionnelle du canal est égal à K symboles périodes.

La matrice des réponses impulsionnelles avec retard est donnée par :

$$\mathbf{G}(\tau) = [\mathbf{g}(\tau_1) \cdots \mathbf{g}(\tau_L)] \in \mathbb{C}^{K \times L} \quad (30)$$

Si $N \geq KM_T$, la matrice de la séquence d'apprentissage transmise par l'antenne d'émission est donnée par :

$$\mathbf{S} = [\mathbf{s}(1), \dots, \mathbf{s}(K)] \in \mathbb{C}^{N \times KM_T} \quad (31)$$

4.2.1. Traitement du canal convolutif avec des données brutes

La réponse impulsionnelle du k -ème coefficient du canal entre la m_T -ème antenne d'émission et la m_R -ème antenne de réception pour le i -ème bloc de transmission est donnée par :

$$h_{i,m_R,m_T,k} = \sum_{l=1}^L b_{i,l} a_{m_R,l}^{(R)} a_{m_T,l}^{(T)} g_{k,l} \quad (32)$$

Ce qui peut être vu comme la composante scalaire du modèle PARAFAC du tenseur de canal d'ordre-4 $\mathcal{H} \in \mathbb{C}^{I \times M_R \times M_T}$ de paramètres $(\mathbf{B}, \mathbf{A}^{(R)}, \mathbf{A}^{(T)}, \mathbf{G}; L)$.

Le n -ème signal reçu à la m_R -ème antenne de réception pour le i -ème bloc de transmission est donnée par :

$$x_{i,m_R,n} = \sum_{m_T=1}^{M_T} h_{i,m_R,m_T,k} s_{n,k m_T} \quad (33)$$

$$x_{i,m_R,n} = \sum_{m_T=1}^{M_T} \sum_{l=1}^L b_{i,l} a_{m_R,l}^{(R)} a_{m_T,l}^{(T)} g_{k,l} s_{n,k m_T}$$

Le modèle matriciel du canal, en fixant la première et la dernière dimension du tenseur de canal peut être écrit comme :

$$\mathbf{H}_{i..k} = b_{i,l} g_{k,l} \mathbf{A}^{(R)} \mathbf{A}^{(T)T} \in \mathbb{C}^{M_R \times M_T} \quad (34)$$

$$\mathbf{H}_{i..k} = \mathbf{A}^{(R)} \text{diag}(\mathbf{B}_i) \text{diag}(\mathbf{G}_k) \mathbf{A}^{(T)T}$$

Ainsi, en empilant les blocs de $\mathbf{H}_{i..k}$ les uns sur les autres, on obtient :

$$\mathbf{H}_{IM_R \times KM_T} = (\mathbf{B} \diamond \mathbf{A}^{(R)}) \mathbf{W}^T \quad (35)$$

Où $\mathbf{W} = \mathbf{G} \diamond \mathbf{A}^{(T)} \in \mathbb{C}^{KM_T \times L}$.

Le modèle matriciel des signaux reçus peut être écrit comme :

$$\mathbf{X}_{IM_R \times N} = \mathbf{H}_{IM_R \times KM_T} \mathbf{S}^T = (\mathbf{B} \diamond \mathbf{A}^{(R)}) \mathbf{W}^T \mathbf{S}^T \quad (36)$$

$$\mathbf{X}_{IM_R \times N} = (\mathbf{B} \diamond \mathbf{A}^{(R)}) \mathbf{C}^T$$

avec $\mathbf{C} = \mathbf{S} \mathbf{W} \in \mathbb{C}^{N \times L}$.

$\mathbf{X}_{IM_R \times N}$ correspond à la représentation sous-forme de dépliement matriciel du tenseur des signaux reçus $\mathcal{X} \in \mathbb{C}^{I \times M_R \times N}$ d'ordre-3 qui suit une décomposition PARAFAC avec les paramètres $(\mathbf{B}, \mathbf{A}^{(R)}, \mathbf{C}; L)$.

Nous pouvons alors utiliser l'algorithme ALS décrit dans le Tableau 1 pour estimer les matrices \mathbf{B} , $\mathbf{A}^{(R)}$ et \mathbf{C} .

En effet, les deux autres représentations sous-forme de dépliements matriciels sont :

$$\mathbf{X}_{M_R N \times I} = (\mathbf{A}^{(R)} \diamond \mathbf{C}) \mathbf{B}^T \quad (37)$$

$$\mathbf{X}_{NI \times M_R} = (\mathbf{C} \diamond \mathbf{B}) \mathbf{A}^{(R)T}$$

4.2.2. Traitement du canal convolutif avec des données statistiques

La matrice de covariance des signaux reçus est donnée par :

$$\mathbf{R}_{IM_R \times IM_R} = \mathbf{X}_{IM_R \times N} \mathbf{X}_{IM_R \times N}^H \in \mathbb{C}^{IM_R \times IM_R} \quad (38)$$

$$\mathbf{R}_{IM_R \times IM_R} = (\mathbf{B} \diamond \mathbf{A}^{(R)}) \mathbf{C}^T \mathbf{C}^* (\mathbf{B} \diamond \mathbf{A}^{(R)})^H$$

$$\mathbf{R}_{IM_R \times IM_R} = (\mathbf{B} \diamond \mathbf{A}^{(R)}) \mathbf{C}_S (\mathbf{B} \diamond \mathbf{A}^{(R)})^H$$

$$\text{Où } \mathbf{C}_S = (\mathbf{G} \diamond \mathbf{A}^{(T)})^T \mathbf{R}_S (\mathbf{G} \diamond \mathbf{A}^{(T)})^* \in \mathbb{C}^{L \times L}.$$

$$\text{Posons } \mathbf{Z}^T = \mathbf{C}_S (\mathbf{B} \diamond \mathbf{A}^{(R)})^H \in \mathbb{C}^{L \times IM_R}.$$

Alors on peut avoir :

$$\mathbf{R}_{IM_R \times IM_R} = (\mathbf{B} \diamond \mathbf{A}^{(R)}) \mathbf{Z}^T \quad (39)$$

Ce qui peut être vu interprété comme le dépliement matriciel du tenseur de covariance des signaux reçus $\mathbf{R} \in \mathbb{C}^{I \times M_R \times IM_R}$ d'ordre-3 qui suit un modèle PARAFAC avec les paramètres $(\mathbf{B}, \mathbf{A}^{(R)}, \mathbf{Z}; L)$.

Les deux autres représentations sous-forme de dépliements matriciels sont :

$$\mathbf{R}_{M_R IM_R \times I} = (\mathbf{A}^{(R)} \diamond \mathbf{Z}) \mathbf{B}^T \quad (40)$$

$$\mathbf{R}_{IM_R I \times M_R} = (\mathbf{Z} \diamond \mathbf{B}) \mathbf{A}^{(R)T}$$

Nous pouvons alors utiliser l'algorithme ALS décrit dans le **Tableau 01** pour estimer les matrices \mathbf{B} , $\mathbf{A}^{(R)}$ et \mathbf{Z} .

5. Modélisation du système avec codage Khatri-Rao

On utilise à présent, un système de codage espace-temps Khatri-Rao à travers la matrice de codage $\mathbf{C} \in \mathbb{C}^{N \times M_T}$ où N est le nombre de répétitions de chaque R paquets de M_T symboles.

Le signal émis par les M_T antennes de transmission à travers le l -ème trajet est donné par :

$$d_{n,r,l} = \sum_{m_T=1}^{M_T} c_{n,m_T} s_{r,m_T} a^{(T)}_{m_T,l} \quad (41)$$

Ce qui correspond à la décomposition PARAFAC du tenseur $\mathbf{D} \in \mathbb{C}^{N \times R \times L}$ avec les paramètres $(\mathbf{C}, \mathbf{S}, \mathbf{A}^{(T)T}; M_T)$, ayant comme représentation matricielle :

$$\mathbf{D}_{NR \times L} = (\mathbf{C} \diamond \mathbf{S}) \mathbf{A}^{(T)} \quad (42)$$

Les deux autres dépliements matriciels sont donnés par :

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{RL \times N} &= (\mathbf{S} \diamond \mathbf{A}^{(T)T}) \mathbf{C}^T \\ \mathbf{D}_{LN \times R} &= (\mathbf{A}^{(T)T} \diamond \mathbf{C}) \mathbf{S}^T \end{aligned} \quad (43)$$

En posant $NR = P$, on a alors $d_{n,r,l} = d_{p,l}$.

Pour le i -ème bloc de transmission, le signal reçu par la m_R -ème antenne de réception est donnée par :

$$x_{m_R,p,i} = \sum_{l=1}^L a^{(R)}_{m_R,l} d_{p,l} w_{i,l} \quad (44)$$

Ce qui correspond à la représentation sous-forme scalaire du tenseur d'ordre-3 des signaux reçus $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{M_R \times P \times I}$ qui suit un modèle PARAFAC avec les paramètres $(\mathbf{A}^{(R)}, \mathbf{D}, \mathbf{B}; L)$. En considérant le terme sans bruit et en collectant les tranches $\mathbf{X}_{:,i}$ le long de la troisième dimension, on obtient la

représentation sous forme de dépliement matriciel telle que :

$$\mathbf{X}_{M_R N_R \times I} = (\mathbf{A}^{(R)} \diamond \mathbf{D}) \mathbf{B}^T \quad (45)$$

Les deux autres dépliements matriciels sont donnés par :

$$\mathbf{X}_{I M_R \times N_R} = (\mathbf{B} \diamond \mathbf{A}^{(R)}) \mathbf{D}^T \quad (46)$$

$$\mathbf{X}_{N_R I \times M_R} = (\mathbf{D} \diamond \mathbf{B}) \mathbf{A}^{(R)T}$$

Donc, pour le système, on aboutit à un modèle nested – PARAFAC tel que :

$$\mathbf{X} = \mathbf{J}_{3,L} \times_1 \mathbf{A}^{(R)} \times_2 \mathbf{D}_{N_R \times L} \times_3 \mathbf{B} \quad (47)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{J}_{3,M_T} \times_1 \mathbf{C} \times_2 \mathbf{S} \times_3 \mathbf{A}^{(T)T}$$

L'équation (4.125) étant le modèle PARAFAC externe et l'équation (4.126) le modèle PARAFAC interne. En appliquant l'algorithme ALS – nested – PARAFAC, on arrive à estimer les matrices d'angles d'arrivée $\mathbf{A}^{(R)}$, de coefficient d'évanouissement \mathbf{B} , des symboles transmis \mathbf{S} et enfin des angles de départ $\mathbf{A}^{(T)}$.

Nous pouvons alors utiliser l'algorithme dans le **Tableau 02** pour estimer l'information transmise ainsi que les paramètres liés à la transmission.

6. Résultats de simulations

On considère 1000 simulations Monte Carlo afin de vérifier l'efficacité de la méthode proposée. Les conditions de simulations sont

telles que l'on ait $L = 3$ trajets, autrement dit, 3 cibles entre le réseau uniforme linéaire d'émission et de réception, ayant pour directions respectives $(\theta_1, \varphi_1) = (25^\circ, 60^\circ)$, $(\theta_2, \varphi_2) = (70^\circ, 35^\circ)$ et $(\theta_3, \varphi_3) = (-10^\circ, -20^\circ)$. Les coefficients de diffuseurs satisfont au modèle SwerlingI et l'on note que le radar MIMO bistatique est équipé de M_T antennes à l'émission et M_R antennes à la réception.

On considère que le taux de signal sur bruit ou SNR (Signal to Noise Ratio) est défini comme le rapport entre la puissance du signal et celle du bruit. Afin d'évaluer la performance du système, on effectue deux mesures : la première se porte sur l'erreur quadratique moyenne d'estimation des directions de départ et d'arrivée ou RMSE (Root Mean Square Error).

$$RMSE = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \sqrt{\frac{1}{1000} \sum_{mc=1}^{1000} (\hat{\theta}_{mc,l} - \theta_l)^2 + (\hat{\varphi}_{mc,l} - \varphi_l)^2} \quad (48)$$

Où $\hat{\theta}_{mc,l}$ est la direction d'arrivée estimée lors de la mc – ème simulation Monte Carlo pour la l – ème cible et $\hat{\varphi}_{mc,l}$: la direction de départ estimée.

En effet, on a les relations :

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{mc,l} &= \arcsin(\hat{\mathbf{c}}_R^l) \\ \hat{\varphi}_{mc,l} &= \arcsin(\hat{\mathbf{c}}_T^l) \end{aligned} \quad (49)$$

Avec

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{c}}_R^l &= \mathbf{P}_R^\dagger \hat{\mathbf{h}}_R^l \\ \hat{\mathbf{c}}_T^l &= \mathbf{P}_T^\dagger \hat{\mathbf{h}}_T^l\end{aligned}\quad (50)$$

Où on définit \mathbf{P}_R et \mathbf{P}_T respectivement par :

$$\begin{aligned}\mathbf{P}_R &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & \pi & \cdots & (M_R - 1)\pi \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{M_R \times 2} \\ \mathbf{P}_T &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & \pi & \cdots & (M_T - 1)\pi \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{M_T \times 2}\end{aligned}\quad (51)$$

Avec $\mathbf{h}_R^l = -\text{phase}\{\mathbf{a}(\theta_l)\}$ et $\mathbf{h}_T^l = -\text{phase}\{\mathbf{b}(\varphi_l)\}$.

La seconde mesure concerne la probabilité de bonne détection ou PSD (Probability of Successful Detection), dans laquelle on accepte une bonne détection de la cible si l'erreur absolue de tous les angles estimés est inférieur à 0.3° .

Pour comparaison, on représente simultanément sur la **Figure 02** les performances des algorithmes classiques d'estimation d'angles ESPRIT, MUSIC et HOSVD, mais aussi celles des approches tensorielles PARAFAC, QALS avec le résultat de simulation de notre méthode. Comme attendu, les estimateurs basés sur les méthodes tensorielles ont des performances d'estimation de direction plus précises par rapport aux algorithmes à méthodes matricielles pour des valeurs faibles de SNR. Ceci est dû essentiellement au gain du tenseur. Une autre observation importante se porte sur

le fait que les estimateurs basés sur le modèle PARAFAC surpassent les autres estimateurs puisque la stratégie des moindres carrés s'appuie sur les degrés de libertés du réseau.

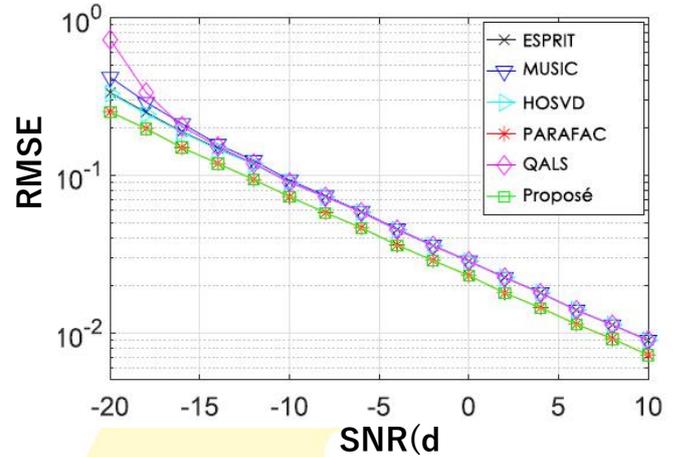


Figure 02 : Comparaison de RMSE en fonction du SNR en présence de bruit blanc Gaussien

La **Figure 03** illustre les courbes de la probabilité de bonne détection. Nous pouvons constater que toutes les méthodes offrent une probabilité de détection jusqu'à 100% pour des valeurs de SNR élevées. Lorsque le SNR décroît, la PSD de chaque approche commence à décroître en certain point, ce qui constitue le seuil de SNR. Les estimateurs basés sur le PARAFAC présentent des seuils de SNR plus faibles que les autres estimateurs. On remarque alors que la méthode proposée a plus ou moins la même performance que l'algorithme PARAFAC en présence de bruit blanc Gaussien.

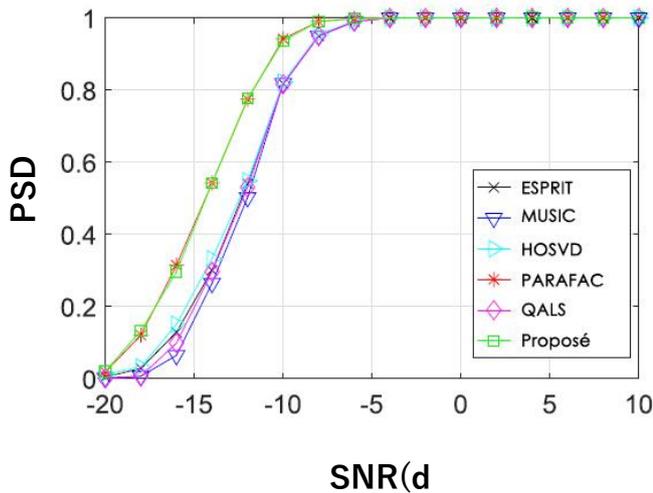


Figure 03 : Comparaison de PSD en fonction du SNR en présence de bruit blanc Gaussien.

Ensuite on évalue la performance des récepteurs ZF puis celle des récepteurs SB pour estimer les signaux transmis. Les **Figure 04** et **Figure 05** présentent les résultats de performance de différentes configurations du système :

- Diversité spatio-temporelle à méthode matricielle (STM)
- Diversité spatio-temporelle à méthode tensorielle (STT)
- Diversité spatio-temporelle et de codage à méthode matricielle (STCM)
- Diversité spatio-temporelle et de codage à méthode tensorielle (ST)

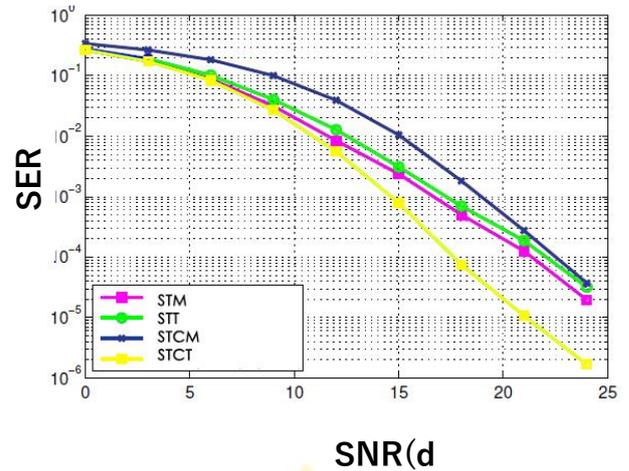


Figure 04 : Variation du SER en fonction du SNR pour les récepteurs ZF

On remarque alors que l'approche tensorielle en présence de diversité spatio-temporelle et de codage offre une performance améliorée par rapport aux autres récepteurs classiques ZF. Un tel gain est dû à une opération de codage tensoriel plus efficace obtenue à travers plus de dimensions de signal par rapport aux opérations de codage matriciel. Effectivement, un système à diversité spatio-temporelle et de codage modélisé par les approches tensorielles permet d'exploiter beaucoup plus de dimensions (espace, temps, code, blocs de transmission).

Enfin, on évalue l'influence des paramètres du système. Pour ce faire, nous faisons varier à chaque fois, un seul paramètre en gardant les autres à une valeur constante. Dans l'ensemble, on a pris les valeurs de 2 antennes à l'émission et aussi à la réception, un nombre de $I = 10$ blocs de transmission pour une matrice de codage de nombre de répétitions

des symboles $N = 10$. On évalue alors le comportement du système par rapport au critère de NMSE sur la reconstruction des signaux reçus.

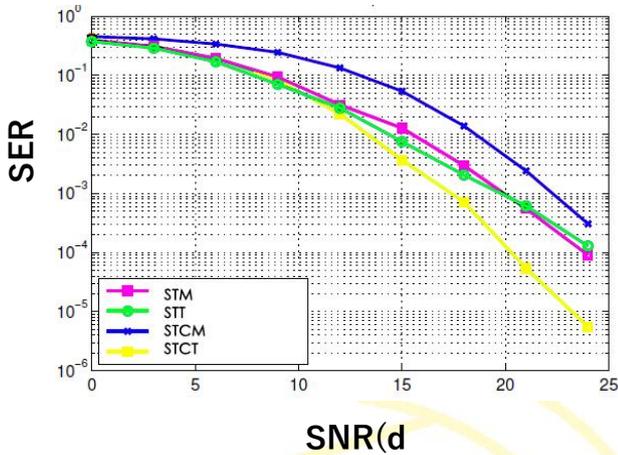


Figure 05 : Variation du SER en fonction du SNR pour les récepteurs SB

En premier lieu, la diversité spatiale se traduit par l'augmentation du nombre d'éléments à l'émission et/ou à la réception. Les **Figure 06** et **Figure 07** nous montre effectivement que cette diversité améliore la performance du système. Notons toutefois que la diversité à la réception est plus considérable étant donné l'écart des courbes sur la **Figure 06** par rapport à la **Figure 07**.

Ensuite, le nombre de blocs de transmission nous permet d'introduire une diversité temporelle. Plus on ajoute de blocs, i.e. plus on répète les signaux codés, plus le système obtient une meilleure performance d'estimation de l'information transmise et des paramètres liés à la transmission.

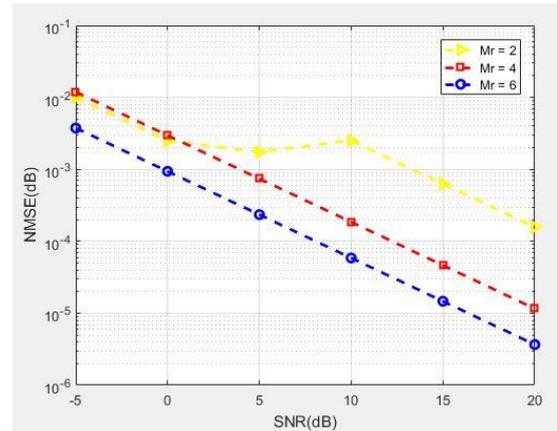


Figure 06 : NMSE vs SNR sous influence du nombre d'antennes de réception

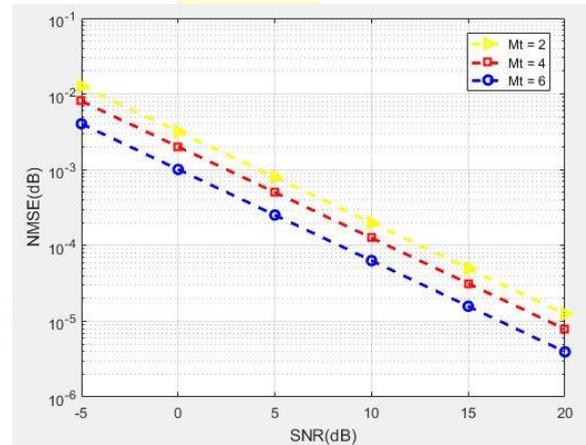


Figure 07 : NMSE vs SNR sous influence du nombre d'antennes d'émission

Dans la **Figure 08**, SB indique notre récepteur et ZF indique le récepteur zero forcing dans le cas où le canal est parfaitement connu. On constate alors que les approches proposées dans ce travail offre des résultats d'erreurs proches du cas où l'on possède une parfaite connaissance du canal de transmission.

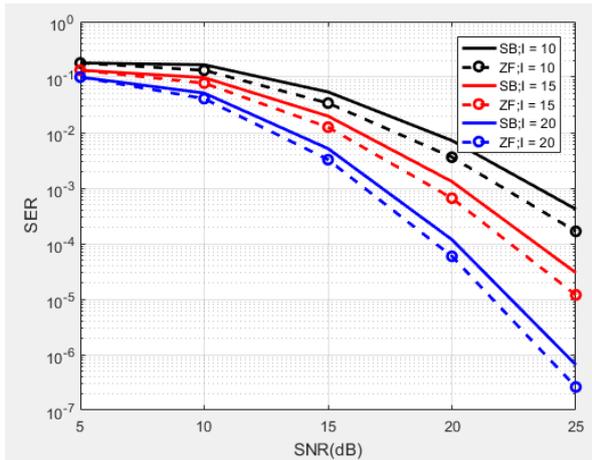


Figure 08 : SER vs SNR sous l'influence du nombre de blocs de transmission

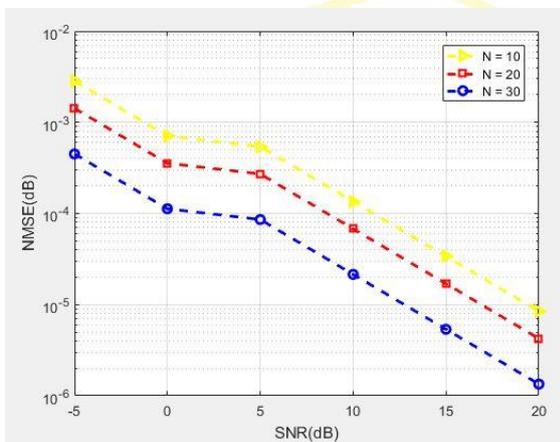


Figure 09 : NMSE vs SNR sous l'influence du nombre de répétitions des symboles

Enfin, en termes de diversité de codage, le paramètre N indique le nombre de répétitions par codage des lignes de la matrice de symboles. La **Figure 09** montre que la multiplication par 3 du nombre de répétitions des symboles offre un gain de l'ordre de 11 dB avec un NMSE de 10^{-4} , ou encore un gain de 6 dB avec un NMSE de 10^{-5} .

7. Conclusion

En guise de conclusion, le système radar MIMO de surveillance AEW a été choisi pour évaluer la performance de notre méthode basée sur le modèle tensoriel nested-PARAFAC en raison des différentes exigences requises lors de l'estimation de paramètres pour ce système. En contraste avec les configurations classiques, nous avons introduit au sein du radar MIMO bistatique une technique de codage colonne par colonne appelée codage Khatri-Rao avant de transmettre les symboles à travers le canal MIMO. La modélisation du signal reçu nous a conduits à procéder à l'estimation des paramètres au moyen de deux algorithmes ALS successifs, qui nous a permis de supprimer toutes les ambiguïtés. Parmi les plusieurs paramètres estimés, les directions de départ et d'arrivée des signaux ont été simulés en particulier. Les résultats d'analyse ont montré que notre système possède de meilleure performance par rapport aux méthodes classiques d'estimation de DOA et de DOD en termes d'erreur d'estimation et de probabilité de bonne détection. Par ailleurs, les récepteurs semi-aveugles que nous avons modélisés ont prouvé leur efficacité lors de l'augmentation de redondance. Par rapport aux récepteurs ZF ayant une connaissance parfaite du canal de transmission, les résultats obtenus par nos méthodes présentent des valeurs d'erreurs très proches de celles du récepteur ZF, nous

amenant à conclure l'efficacité du système. Finalement, nous avons vu aussi l'influence des différents paramètres de design du système qui nous permettent d'y introduire différents types de diversités.

8. Bibliographie

- [1] R. Xie, Z. Liu, J. X. Wu, « Direction finding with automatic pairing for bistatic mimo radar », *Sig. Proc.*, 92, 198-203, 2012.
- [2] C. L. Liu, P. Vaidyanathan, « Tensor music in multidimensional sparse arrays », at 49th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, IEEE, pp 1783-1797, 2015.
- [3] R. Roy, T. Kailath, « Esprit-estimation of signal parameters via invariance techniques », *IEEE Trans. on Ac., Sp. and sig. Proc.*, 37, 984-995, 1989.
- [4] F. Roemer, M. Haardt, « Multidimensional unitary tensor-esprit for non-circular sources », at IEEE International Conference on Acoustics, speech and signal processing, IEEE, pp 3577-3580, 2009.
- [5] J. Chen, H. Gu, W. Su, « A new method for joint dod and doa estimation in bistatic mimo radar », *Sig. Proc.*, 90, 714-718, 2010.
- [6] N. D. Sidiropoulos, R. Bro, G. B. Giannakis, « Parallel factor analysis in sensor array processing », *IEEE Trans. on Sig. Proc.*, 48 (8), 2377-2388, Aug. 2000.
- [7] R. A. Harshman, et. al. « Foundations of the parafac procedure : models and conditions for an explanatory multimodal factor analysis », 1970.
- [8] A. L. F. de Almeida, G. Favier, J. C. M. Mota, « Multipath parameter estimation of time-varying space-time communication channels using parallel factor analysis », at IEEE International Conference on Acoustics Speed and Signal Processing Proceeding, IV-453 - IV-456, 2006.
- [9] B. Sokal, A. L. F. de Almeida, M. Haardt, « Rank-one tensor modeling approach to joint channel and symbol estimation in two-hop MIMO relaying systems », at XXXV Simposio brasileiro de telecomunicacoes e processamento de sinais, Sept. 3rd-6th 2017.
- [10] C. E. R. Fernandes, G. Favier, J. C. Mota, « Blind channel identification algorithms based on the parafac decomposition of cumulant tensor : the single and multiuser cases », *Signal Processing*, 88, 1382-1401, 2008.
- [11] N. Tayem, K. Majeed, A. A. Hussain, « Propagator method using parafac model for two dimensional source localization », *Radioengineering*, 27(3), 770-775, Sept.2018.
- [12] A. Thakre, M. Haardt, F. Roemer, « Tensor-based spatial smoothing (tb-ss) using multiple snapshots », *IEEE Trans. on Sig. Proc.*, 58(5), 2715-2728, 2010.

- [13] B. Yao, Z. Dong, W. Liu, « Effective joint doa-dod estimation for the coexistence of uncorrelated and coherent signals in massive multi-input multi-output array systems », *EURASIP Journ. on Adv. in Sig. Proc.*, pp 14, 2018.
- [14] W. K. Ma, T. H. Hsieh, C. Y. Chi, « Doa estimation for quasi-stationary signals with less sensors than sources and unknown spatial noise covariance: a khatri-rao subspace approach », *IEEE Trans. on Sig. Proc.*, 54(4), 2168-2180, 2010.
- [15] F. Wen, Z. Zhang, G. Zhang, Y. Zhang, X. Wang, X. Zhang, « A tensor-based covariance differencing method for direction estimation in bistatic mimo radar with unknown spatial colored noise », *IEEE Access*, 5, 18451-18458, 2017.
- [16] P. R. B. Gomes, A. L. F. de Almeida, J. P. C. L. da Costa, G. D. Galdo, « Tensor-based methods for blind spatial signature estimation under arbitrary and unknown source covariance structure », *Dig. Sig. Proc.*, 62, 197-210, 2017.
- [17] X. Wang, W. Wang, X. Lin, J. Wang, « A tensor-based subspace approach for bistatic MIMO radar in spatial colored noise », *Sensors*, 14, 3897-3907, 2014.
- [18] J. Xu, W-Q. Wang, R. Gui, « Computational efficient doa, dod and doppler estimation algorithm for mimo radar », *IEEE Sign. Proc. Lett.*, 1-5, 2018.
- [19] H. Jiang, Y. Zhang, J. Lia, H. Cui, « A PARAFAC-based algorithm for multidimensional parameter estimation in polarimetric bistatic MIMO radar », *EURASIP Journ. on Adv. in Sign. Proc.*, 1-14, 2013.
- [20] J. Wang, P. Huang, J. Liu, D. Xu, « Joint dod and doa estimation based on tensor subspace with partially calibration bistatic MIMO radar », College of Automation, Harbin Engineering University; College of Electrical Engineering and Automation, Harbin Institute of Technology University, Harbin, 150001, China, 2015.
- [21] J. B. Kruskal, « Three-way arrays: rank and uniqueness of trilinear decompositions with application to arithmetic complexity and statistics », *Linear algebra and its applications* 18, 95-138, 1977.
- [22] A. L. de Almeida, G. Favier, « Double khatri-rao space-time (tst) coding for mimo wireless communication systems », *Sign. Proc.* 92, 1079-1092, 2012.