Article 21. Simulation numérique de la combustion dans une unité d'incinération de déchets ménagers

Antonio JAOMIARY¹, Jean Christian RAVELOMIANGO²

¹Mention « Education-Apprentissage-Didactique et Ingénierie en Electrotechnique et Electronique », ENSET de l'Université d'Antsiranana

²Mention « Education-Apprentissage-Didactique et Ingénierie en Mécanique », ENSET de l'Université d'Antsiranana Correspondant : jaomiaryantonio@yahoo.fr, ajaomiary@univ-antsiranana.edu.mg

Mots clés: Combustion, Déchets Ménagers, Incinération, Simulation Numérique, Energie, Pyrolyse.

Résumé

Le présent papier se propose d'étudier l'option incinération des déchets ménagers pour la production d'énergie (unité de valorisation énergétique). Afin de mieux comprendre le phénomène siégeant dans un four d'incinération des déchets ménagers et de prévoir l'énergie susceptible d'être tirée lors de ce processus, une simulation numérique est sollicitée. Celleci permet de connaitre les facteurs qui entrent en considération durant tout le processus. En effet, un modèle mathématique de bilan de transfert d'énergie est utilisé pour pouvoir simuler la combustion de déchets en considérant cette combustion en phases solide et gazeuse. Pourtant, il existe un modèle proposé, plus pertinent mais très complexe, qui tient compte des détails du processus d'incinération des déchets (séchage, pyrolyse, oxydation de carbone, gazéification, etc.) mais en absence des codes informatiques adéquats et des outils adaptés, la simulation par ce modèle est difficile à réaliser.

Les résultats de cette étude comprennent : une carte de température pour la combustion de la phase solide, et une carte de l'évolution de la température de la combustion de la phase gazeuse ; respectivement des cartes de quantité de chaleur de la combustion du solide et gaz. Enfin, des courbes de fonction quantité de chaleur en fonction de la masse des déchets et températures.

I. INTRODUCTION

Face aux problèmes énergétiques observés au niveau des vingt-deux régions de Madagascar, le choix d'incinération des déchets urbains est envisageable en vue de produire de l'énergie électrique. Ceci contribuerait à la gestion des déchets produits au niveau d'une ville (chef-lieu de province ou chef-lieu de district), et à la fois à la compensation énergétique. Etant donné que dans des grandes villes de la Grande IIe, on brule en plein air les déchets urbains, il serait judicieux d'envoyer ces déchets dans un centre d'incinération pour en tirer profit. Mais le traitement par incinération des déchets exige tant de normes environnementales strictes que d'avoir tout simplement de l'énergie.

Pour revenir au contexte global de l'article, Madagascar pourrait se lancer dans la piste de production d'électricité à petite ou à moyenne puissance à l'aide d'incinération des déchets ménagers, mais on ne dispose pas d'informations suffisantes sur le phénomène thermique siègent dans une unité de valorisation énergétique (UVE) durant le processus de combustion de déchets. Ce travail permet de comprendre les paramètres thermiques à gérer durant le processus d'incinération afin de connaitre l'énergie susceptible d'être produite (dans notre cas 100 kWe à 1 MWe). C'est à partir de la simulation qu'on pourrait prévoir les phénomènes thermiques répondant à cette plage de puissance.

II. MATRIELS ET MÉTHODES

1. Modes de traitement de déchets

Le déchet ménager est tout déchet, dangereux ou non dangereux, produit par un ménage. Les déchets ménagers sont aussi appelés ordures ménagères.

Les déchets ménagers sont généralement mis en décharge, et peuvent être traités par différents procédés. Les principaux modes de traitement et d'élimination selon le tonnage traité sont [2], [3], [4] :

- La mise en décharge contrôlée qui représente toujours le principal mode d'élimination des déchets municipaux ;
- L'incinération avec ou sans récupération d'énergie ;
- Le tri-compostage ;
- La thermolyse ou pyrolyse ;
- La méthanisation ;
- Le recyclage.

2. Règlementations sur l'incinération des déchets

Les installations d'incinération répondent à plusieurs rubriques de la nomenclature des Installations Classées pour la Protection de l'Environnement (ICPE : 167-c, 322-b-4, 322-a), en fonction de l'origine des déchets qui y sont traités (dangereux ou non dangereux). Le secteur de l'incinération des déchets a toujours été le sujet d'exigences législatives extensives pendant plusieurs années : la directive européenne n° 2000/76/CE sur l'incinération de déchets a été adoptée le 4 décembre 2000. Ce texte fixe, en particulier, pour les installations de traitement des déchets ménagers des valeurs plus strictes à l'émission (cheminée) et notamment une valeur limite pour les dioxines et furanes.

Certaines législations obligent à maintenir les gaz de combustion à une température de 850°C en sortie de foyer durant au moins deux secondes afin de détruire le plus possible de composer organiques (dont les dioxines et furanes contenu dans les déchets). La température idéale de combustion est située autour de 900°C. Si cette température n'est pas atteinte, la combustion ne sera pas totale et si elle est dépassée, les cendres entrent en fusion et collent aux grilles qu'elles détériorent [3], [8], [9].

3. Processus d'incinération des déchets

L'incinération consiste à brûler les déchets dans des fours spécialement aménagés. Les installations permettant l'incinération des déchets sont appelées Usine d'Incinération des Ordures Ménagères (UIOM) ou Unité de Valorisation Energétique (UVE) pour celles qui valorisent l'énergie (chaleur ou électricité). En général, il comprend de :

- Fosse de réception des déchets maintenue en dépression pour limiter les odeurs.
- Grappin qui permet de faire le mélange des déchets et alimente les trémies situées au-dessus du four.
- Four ou chambre de combustion qui constitue le cœur de traitement des déchets par incinération.
- Chaudière qui assure la récupération d'énergie. Elle est constituée par un ensemble des équipements de production de vapeur [2], [5], [10].

4. Caractéristiques des combustibles

Les déchets ménagers se caractérisent en outre par une forte hétérogénéité des formes et des tailles de leurs différents constituants. Plus de la moitié des déchets ménagers est constituée de déchets putrescibles, des papiers et cartons. Les emballages représentent les 40 % des déchets ménagers. Le verre fait plus de 13 %. La teneur en humidité des déchets ménagers est de l'ordre de 35 % en masse. Les matières inertes et les matières incombustibles représentent respectivement 24 % et 46 % de la masse du déchet brut. Le Pouvoir Calorifique Inférieur des déchets ménagers est de l'ordre de 7 820 kJ kg⁻¹. Autrement dit, une tonne de déchets ménagers correspond environ à 150 litres de fioul. La densité de déchets ménagers est de 150 à 200 kg m⁻³ quand elles sont dans des sacs ou des poubelles, et de 400 à 600 kg m⁻³ une fois compactées en bennes avec tassement ou dans la fosse de stockage [2], [7], [11].

La conception précise d'une usine d'incinération de déchets changera selon le type de déchets traités. Les paramètres suivants et leur disponibilité sont des moteurs clés :

- Composition des déchets chimiques ;
- Composition physique des déchets (taille des particules) ;
- Caractéristiques thermiques des déchets, (valeur calorifique, niveau d'humidité, etc.) [2].

5. Modélisation du processus d'incinération des déchets

On trouve de nombreux modèles concernant l'étude de combustion d'une charge biomasse. Ces modélisations vont du modèle 1-D jusqu'à des modélisations plus complexes de la combustion d'un lit de déchets ménagers sur grille. ROGERS et coll. [1972] ont formulé la première représentation d'un lit de déchets ménagers sur grille basé sur leurs expériences de combustion dans un incinérateur à lit fixe. D'autres travaux plus récents font l'objet d'une étude de simulation numérique [6], [5].

5.1. Modélisation du processus thermique

Nombreux sont les modèles de l'incinération des déchets ménagers, portant majoritairement sur l'incinération des ordures ménagères sur grille. Ces modèles vont de monodimensionnel 1-D jusqu'à des modélisations plus complexes en 3-D. pour répondre au contexte de ce travail de mémoire, nous avons choisi le modèle bidimensionnel utilisé par ASTHANA, 2008 pour en vue de faire une simulation en 3-D, en agissant sur les équations du bilan énergétique du processus de combustion [5], [11].

a. Modèle de combustion sur grille

Conditions aux limites

La charge des déchets ménagers entre sur la grille de l'incinérateur à la température de 25 °C, avec un débit connu, typiquement 11 t h⁻¹, et une composition connue :

| rableau 16: miles massiques des principaux constituaris | | | | | | |
|---|----------------|--|--|--|--|--|
| Constituants | Titre massique | | | | | |
| Eau | 0,350 | | | | | |
| Matière pyrolysable | 0,295 | | | | | |
| Carbone fixe | 0,100 | | | | | |
| Matière inerte | 0,255 | | | | | |
| | | | | | | |

| Tableau 16: Titres massiques des principaux constituan | | | | | |
|--|----------------|--|--|--|--|
| Constituants | Titre massique | | | | |

La température de l'air primaire injecté sous la grille est de 25 °C, sa composition (en titres massiques) est $y_{0_2} = 0,23$ et $y_{N_2} =$ 0,77. Les fractions massiques des autres gaz sont supposées nulles.

Les conditions aux limites pour le bilan thermique relatif au solide sont :

- Au niveau de la grille, on estime la température T_{grille} comme la moyenne des températures d'injection de l'air primaire et du solide situé immédiatement au-dessus de la grille. Il y a conduction de chaleur entre la grille et la première couche de la charge ;
- A la surface de la charge, la condition thermique imposée est celle du flux thermique constant (flux thermique de rayonnement avec l'hypothèse que la température des parois du four est fixée à 1000 °C).

| Données géométriques de la grille | | | | | | | | |
|--|---------------------------------------|--|--|--|--|--|--|--|
| Hauteur du lit | 0,8 m | | | | | | | |
| Largeur | 3,60 m | | | | | | | |
| Longueur totale de la grille | 12,15 m | | | | | | | |
| Brassage | Non | | | | | | | |
| Conduction charge/grille | Oui | | | | | | | |
| Caractéristiques de la charge | | | | | | | | |
| Débit de chargement | 11 t.h ⁻¹ | | | | | | | |
| Température à l'entrée | 25 °C | | | | | | | |
| Caractéristiques du lit | | | | | | | | |
| Perméabilité du lit | 10-9 | | | | | | | |
| Porosité du lit | 0,5 | | | | | | | |
| Caractéristiques de l'air primaire | | | | | | | | |
| Débit volumique total | 30000 Nm ³ h ⁻¹ | | | | | | | |
| % v du débit d'air sous 1 ^{ère} portion de la grille (1,15 m) | 01 % | | | | | | | |
| % v du débit d'air sous 2 ^{ème} portion de la grille (5,50 m) | 89 % | | | | | | | |
| % v du débit d'air sous 3 ^{ème} portion de la grille (5,50 m) | 10 % | | | | | | | |
| Température d'air primaire | 25 °C | | | | | | | |
| Caractéristique des particules | | | | | | | | |
| Diamètre thermique | 6 cm | | | | | | | |
| Diamètre réactionnel | 4 cm | | | | | | | |

| Tabloau | 17. | róca | nitulatif | dos | nrinci | nauv | naram | àtrac | dur | madàla |
|---------|-----|------|-----------|-----|--------|------|-------|-------|------|--------|
| lapleau | 17: | reca | pitulatit | aes | princi | paux | param | erres | au r | noaele |

Equations du processus

Les équations suivantes modélisent les différents processus du phénomène.

Bilan de matières relatifs aux solides

L'équation de conservation relative au solide dans sa totalité est :

$$\frac{\partial}{\partial x} (v_s \rho_{app}) = -r_{s\acute{e}ch} - r_{pyro} (1 - \alpha_c) - r_{comb,c} - r_{gaz,CO2} - r_{gaz,H2O}$$
(1)

Avec :

> Partie pyrolysable

 $\frac{\partial}{\partial x} \left(v_s w_{pyro} \rho_{app} \right) = -r_{pyro} \tag{1.1}$

Où v_s est la vitesse du solide tout au long de la grille, w_{pyro} la fraction massique pyrolysable, ρ_{app} la masse volumique apparente, r_{pyro} la vitesse de pyrolyse.

> Séchage du solide

 $\frac{\partial}{\partial x} (v_s w_{H20} \rho_{app}) = -r_{s\acute{e}ch} \tag{1.2}$

où w_{H20} est la fraction massique en eau, r_{séch} la vitesse de séchage du lit.

> Carbone résiduel

$$\frac{\partial}{\partial x} (v_s w_c \rho_{app}) = -r_{pyro} \alpha_c - r_{comb,C} - r_{gaz,CO2} - r_{gaz,H2O}$$
(1.3)

où w_C est la fraction massique en carbone résiduel, a la fraction de solide décomposée, r_{comb} , c la vitesse de combustion du carbone résiduel, $r_{gaz,CO2}$ la vitesse de gazéification du carbone résiduel par C_{O2} , r_{gaz} , H_2O la vitesse de gazéification du carbone résiduel par H₂O.

Bilan de matières relatifs au gaz

L'équation locale de conservation d'une espèce gazeuse i s'écrit :

$$\frac{\partial(\rho_g v_{g,z} y_i)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_g v_{g,z} y_i)}{\partial z} = S_i$$
(2)

136

Où y_i est le titre massique de *i* et S_i est la vitesse nette de formation de l'espèce *i* par l'ensemble des réactions impliquant cette espèce. Le bilan matière total de la phase gazeuse s'en déduit :

$$\frac{\partial(\rho_g v_{g,x})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_g v_{g,z})}{\partial z} = \sum_{i_g} S_i$$
(2.1)

Les termes sources pour chaque espèce gazeuse i sont explicités ci-dessous :

$$S_{N_2} = 0$$
 (2.2)

$$S_{O_2} = \varepsilon_l \left(-\frac{3}{2} r^*_{CH4} - \frac{1}{2} r^*_{H2} - \frac{1}{2} r^*_{Co} \right) M_{O_2} - \gamma r_{comb,C} \frac{M_{O_2}}{M_C}$$
(2.3)

$$S_{CO} = \varepsilon_l (-r^*{}_{CO} + r^*{}_{CH4})M_{CO} + (r_{comb,C}(2-2\gamma) + r_{gaz,H2O} + 2r_{gaz,CO2})\frac{M_{CO}}{M_C} + \alpha_{CO}r_{pyro}$$
(2.4)

$$S_{H2O(vapeur)} = \varepsilon_l (2r^*_{CH4} + r_{H2})M_{H2O} + r_{s\acute{e}ch} - r_{gaz,H2O} \frac{M_{H2O}}{M_C} + \alpha_{H2O}r_{pyro}$$
(2.5)

$$S_{CO2} = \varepsilon_l r^*{}_{CO} M_{CO2} + \left(r_{comb,C} (2\gamma - 1) - r_{gaz,CO2} \right) \frac{M_{CO2}}{M_C} + \alpha_{CO2} r_{pyro}$$
(2.6)

$$S_{CH_4} = -\varepsilon_l r^*_{CH4} M_{CH4} + \alpha_{CH4} r_{pyro}$$

$$\tag{2.7}$$

$$S_{H_2} = -\varepsilon_l r^*{}_{H2} M_{H2} + r_{gaz,H20} \frac{M_{H2}}{M_c} + \alpha_{H2} r_{pyro}$$
(2.8)

Bilan d'énergie thermique

Bilan thermique relatif au solide

Le bilan thermique pour les solides s'écrit donc :

$$v_{s}\rho_{app}c_{ps}\frac{\partial T_{s}}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda_{eff}\frac{\partial T_{s}}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda_{eff}\frac{\partial y}{\partial z}\right) = a_{g}h(T_{g} - T_{s}) - \sum_{r_{s}}r_{r_{s}}\Delta h_{r_{s}} + S_{ray}$$
(3)

Le terme $\sum_{r_s} r_{r_s} \Delta h_{r_s}$, somme des chaleurs de réaction dans le solide est exprimée par:

$$\sum_{r_s} r_{r_s} \Delta h_{r_s} + S_{ray} = -r_{s\acute{e}ch} L_v(T_s) - (1 - \alpha_c) \Delta_r h_{pyro} - r_{comb,c} \Delta_r h_{comb,c}(T_s) - r_{gaz,CO2} \Delta_r h_{gaz,CO2}(T_s) - r_{gaz,H2O} \Delta_r h_{gaz,H2O}(T_s)$$

$$(3.1)$$

> Transfert de chaleur par rayonnement

Dans notre modèle, le terme source de rayonnement est calculé en tenant compte d'une absorption du rayonnement incident *I*₀ selon une loi du type loi de Beer :

$$S_{ray} = (I_0 - \sigma T^4{}_S)\beta e^{-\beta \dot{z}}$$
(3.2)

Où β est l'absorbance calculé par :

2(4 -)

$$\beta = \frac{3(1-\varepsilon_D)}{2d_p} \tag{3.3}$$

Le transfert radiatif entre particules à l'intérieur du lit est quant à lui représenté par l'intermédiaire d'une contribution à la conductivité efficace du milieu poreux :

$$\lambda_{eff} = (1 - \varepsilon_l)\lambda_s + \lambda_{ray} \tag{3.4}$$

La contribution du rayonnement étant évaluée par :

$$\lambda_{ray} = \frac{16}{3} \sigma d_{e,ray} T_s^{\ 3} \tag{3.5}$$

Bilan thermique relatif au gaz

Le bilan thermique relatif au gaz s'écrit :

$$v_{gx}\rho_{g}C_{pg}\frac{\partial T_{g}}{\partial x} + v_{gz}\rho_{g}C_{pg} = a_{g}h(T_{s} - T_{g}) - \sum_{i \in [CH_{4}, CO, H_{2}]} \varepsilon_{l}r_{i}^{*}\Delta_{r}h_{i}^{*} + \sum_{i \in [H_{2}O, O_{2}, CH_{4}, H_{2}, CO, CO_{2}]} r_{production, i}^{*}\int_{T_{g}}^{T_{s}}C_{pi}^{*} dT$$
(4)

III. RESULTATS ET DISCUSSIONS

Tenant compte des formules précédemment évoquées, voici les cartes montrant l'évolution de la température du corps des déchets solides en fonction du temps d'admission dans le four ainsi que les carte des quantités de chaleurs :

- 1. Résultats des simulations
- Carte de la température des solides



Figure 1: carte de la température de la combustion du solide

Carte de la température des gaz



Figure2 : carte de la température de la combustion du gaz

Température au niveau de la paroi du four



Figure 3 : carte répartition de la température de la paroi



Figure 4 : ligne isothermique de la paroi

Quantité de chaleur



Figure 5: carte de quantité de chaleur (phase solide)



Figure 6 : carte de température (phase gazeuse)



Figure 7: courbe de quantité de chaleur en fonction de masse



Figure 8 : courbe de quantité de chaleur en fonction de la température

2. Interprétations et discussions

Carte de température des matières solides et sa quantité de chaleur Q

Au cours de l'avancement des déchets dans la chambre de combustion, les matières solides et la fraction des gaz issues de la pyrolyse ne réagissent pas de la même façon en contact avec la flamme. D'où les différences entre la carte de température de la phase solide et celle de la phase gazeuse.

Une fois que le front du solide est en contact avec une source de chaleur, cette chaleur progresse au sein de la matière solide au cours du temps jusqu'à sa perte de capacité calorifique. On fixe la valeur de la source de chaleur S= 20 Wm⁻³ ainsi que les caractéristiques de la particule solides :

- La capacité calorifique du solide C=1Jkg⁻¹K⁻¹;
- Le coefficient de diffusion thermique λ =0,5 Wm-1K⁻¹ ;
- La masse volumique ρ=1kgm⁻³.

La quantité de chaleur relative à l'évolution de la température du solide est une fonction Q(T) représenté par la figure (5). Cette quantité de chaleur augmente au cours de la combustion jusqu'à l'effondrement du lit d'ordures ménagères.

Carte de température des gaz et sa quantité de chaleur Q

Concernant la phase gazeuse, elle a la plus forte capacité calorifique par rapport à la phase solide, avec C=1000, d'où l'éparpillement de la chaleur tout au long de l'espace considéré. La masse volumique des gaz combustibles prend une plage 0,5 à 1,2 kgm-3 (on rappelle les principaux gaz combustibles : méthane, dihydrogène, monoxyde de carbone et autres...). La température de la combustion des gaz atteigne à peu près 1500°C au cours de 45 minutes (2700 seconde) en appliquant une source de chaleur.

La quantité de chaleur au cours de la combustion des gaz est toujours en fonction de l'évolution de température. Cette quantité de chaleur est réparti dans l'espace plus que ceux du solide.

3. Validation des résultats

En faisant une comparaison de la carte de température obtenue avec la carte de température élaboré par ASTHANA Abhishek et al. :



Figure 9 : carte de température par [ASTHANA]

En effet, c'est la température de la portion gazeuse qui se répartissent le plus dans la chambre tout au long du front de pyrolyse. Par contre, les résidus carbonés (solides) présentent une forte température au cœur de l'amoncellement des matières solide.



Pour notre cas, cette répartition de température dans tout l'espace considéré est expliquée par la différence entre la différence de la capacité calorifique entre la combustion de la phase gazeuse C=1000 Jkg⁻¹K⁻¹ et celle du solide C=1 Jkg⁻¹K⁻¹.

CONCLUSION

Le phénomène de combustion est au cœur du procédé d'incinération. Pour la décrire, nous avons utilisé des modèles mathématiques relatifs à la combustion de déchets sur une grille d'incinérateur. La combustion prend en compte les principaux phénomènes physico-chimiques et thermiques intervenant lors du processus d'incinération.

La simulation réalisée se base sur une modélisation mathématique de bilan d'énergie thermique au cours d'une combustion des déchets. Pourtant, d'autres modélisations tiennent compte des paramètres tels que le bilan de matières, l'équation de conservation, la source de chaleur, la quantité de mouvement, etc.

Les résultats de ladite simulation présentent les différents aspects de la quantité de chaleur dégagé durant la combustion des déchets en tenant compte des hypothèses élémentaires. Pourtant, ce principe met en évidence le bilan d'énergie qui subsiste au cours de la combustion des matières solides. Cette quantité de chaleur varie suivant la masse des déchets incinérés.

En se référents aux travaux de simulation numérique de l'incinération de déchets menés par d'autres auteurs, l'étude s'est appuyé sur certaines méthodologies et concepts élaborés par ces derniers. En effet, certaines données issues d'une étude expérimentale ou hypothétique sont adoptées lors de notre simulation, notamment, celui de MENARD et al. 2003 qui est développé par ASTHANA et al. 2008.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] PREFECTURE DE L'OISE, Éd., « Les types de déchets et leur stockage ». 01-juin-2004.
- [2] Y. MENARD, « modélisation de l'incinération sur grille d'ordures ménagères et approche thermodynamique du comportement des métaux lourds », INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE INPL, 2003.
- [3] D. Hallé, A. Lanoue, et L. Tachet, « le traitement des déchets domestique », 2001.
- [4] Chambre de Métier et de l'Artisanat (CMA) de la Gironde, « L'incinération ». .
- [5] A. ASTHANA, « Modélisation mathématique de la formation des NOx et de la volatilisation des métaux lourds lors de l'incinération sur grille d'ordures ménagères », l'Institut National Polytechnique de Lorraine INPL, Lorraine, 2008.
- [6] C. MOKRANE, optimisation de la combustion au sein d'un incinérateur des déchets solides pour réduire les émissions nocives : cas de Nox, MAGISTER.
- [7] N. YESSAD et A. OUASSEL, Contribution à l'étude des déchets ménagers de la ville de Béjaia par cartographie numérique. Université Abderrahmane MIR-Bejaia, 2017.
- [8] COMMISSION EUROPEENE, Trad., « document de référence sur les meilleures techniques disponibles : incinération des déchets », p. 658, aout 2006.
- [9] M. KPLE, « ETUDE DES VOIES DE VALORISATION DES DECHETS MENAGERS AU BENIN Cas de la ville d'Abomey-Calavi », thèse en cotutèlle, l'Université d'Abomey-Calavi et de l'Université de Lorraine, ville d'Abomey-Calavi, 2015.
- [10] J. BERTHOLON, déchets solides de l'incinération des Ordures ménagères. Université de Cergy-Pontoise, 2002.
- [11] J-P CORRIOU et N. ENSIC PROGEPI, « état de l'art de nouvelles méthodes de conduite pour le contrôle primaire des émissions et amélioration du rendement des installations de traitement thermique des déchets ». RECORD, mai-2010.
- [12] Y. JEANNOT, Transferts thermiques. Ecole de mines NANCY 2ème, 2012.
- [13] C. Leluc, « chaleur et énergie thermique », université de Genève, p. 1 11.
- [14] J.A. RANDRIANALISOA, Transfert thermique par rayonnement et conduction dans les matériaux poreux micro et nanostructuré. Analogie transfert de phonons et des photons. 2006.
- [15] Olivier LOUISNARD, «TD-TP d'analyse numérique: Résolution numérique de l'équation de la chaleur en 1D par différences finies ». 02-avr-2008.
- [16] J. BOURIEZ, S. OLIVE, et J. SIGUENZA, Projet d'ingénierie mathématique : Identification inverse des sources de chaleur. POLYTECH.
- [17] R. WALLACE et C. CATTOEN, «Compte-Rendu de TP du module EDP 1: Résolution numérique de l'équation de la chaleur en 2D ». GMM 4ème année, 2003.