

Article 6. Simulation numérique d'une poutre triangulaire : modélisation et amélioration des constructions en bambou à Madagascar

Julien Rajomalahy, Lala Andrianaivo, Andrianjohelimahefa Honoré Ranoarivony, Miadana Vololomihaja Andriamifidisoa, Hasina Ramamonjisoa

Université d'Antananarivo, Ecole Supérieure Polytechnique, Département Ingénierie Pétrolière, BP 1500 Antananarivo 101, Madagascar,

Correspondant : julienrajomalahy@gmail.com

Résumé :

Les produits forestiers non ligneux de Madagascar connaissent un intérêt croissant dans le monde ces dernières années du fait des contributions qu'ils apportent à l'économie des ménages et la préservation de l'environnement. Parmi les produits forestiers non ligneux, les bambous occupent une place importante. On rencontre des difficultés sur la connexion des barres sur les constructions en bambou. On a aussi besoin d'améliorer les résultats sur les contraintes mise en jeu dans les systèmes en bambou. On observe aussi un manque d'études numérique pratique sur les applications en bambou. Notre objectif est de connaître toutes les constructions qu'on peut faire en bambou, d'établir les champs de contrainte dans les systèmes de poutre en bambou et d'améliorer les techniques de mise en forme en bambou pour cela on a utilisé la modélisation mathématique, la méthode des éléments finis, le principe d'assemblage par goujons et l'analyse numérique. On a pu obtenir une meilleure mise en forme des constructions en bambou, une représentation spatiale des contraintes sur les barres articulées en bambou et aussi une estimation des conditions de rupture. La relance de la filière bambou garantira en partie la pérennisation d'autres ressources de construction naturelles. Cette étude a permis de démontrer l'importance des bambous à Madagascar. Elle constitue un point de départ pour une investigation plus approfondie.

Mots clés : Construction, Bambou, Poutre, Modélisation, Simulation, Développement durable.

Abstract:

Madagascar's non-woody forest products have been gaining worldwide interest in recent years as a result of their contributions to the household economy and the preservation of the environment. Among non-timber forest products, bamboos occupy an important place. There are difficulties in connecting the bars to the bamboo constructions. There is also a need to improve the results on the stresses involved in bamboo systems. There is also a lack of practical numerical studies on bamboo applications. Our goal is to know all the constructions that can be done in bamboo, to establish the stress fields in the bamboo beam systems and to improve the bamboo shaping techniques for this we used mathematical modeling. The finite element method, the principle of stud assembly and numerical analysis. It has been possible to obtain a better shaping of the bamboo constructions, a spatial representation of the stresses on the articulated bars of bamboo and also an estimate of the conditions of rupture. The revival of the bamboo sector will partly guarantee the sustainability of other natural construction resources. This study has demonstrated the importance of bamboo in Madagascar. It is a starting point for further investigation.

Key word: Construction, Bamboo, Beam, Modeling, Simulation, Sustainable development

I. INTRODUCTION

Cette étude établit un diagnostic des possibilités de construction en bambou en utilisant les propriétés mécaniques. Selon FERRARO (2001), la moitié des ménages malagasy utilisent le bambou dans leur vie quotidienne pour la construction. Madagascar possède la plus grande diversité de bambous, avec 11 genres et près de 40 espèces dont 35 endémiques (BYSTRIAKOVA et al., 2004). Les bambous fournissent des avantages économiques, sociaux et écologiques à la société. Les études des propriétés technologiques du bambou dans d'autres pays ont montré que certaines espèces ont des propriétés physiques et mécaniques meilleures que le bois (HIZIROGLU, 2007 ; LEE et al., 1996) et que la fibre de bambou se trouve parmi les plus performantes, avec les fibres de carbone et de verre (YU et al., 2007)

Malgré cela, on dispose aujourd'hui de peu d'informations sur les propriétés technologiques des bambous à Madagascar. On rencontre aussi des difficultés sur la connexion des barres dans les constructions en bambou, le manque d'informations pertinentes concerne à la fois les contraintes mise en jeu dans les systèmes en bambou et l'étude numérique pratique sur les constructions en bambou. Une seule caractérisation des propriétés physico-chimiques a été réalisée sur une tige de *Dendrocalamus giganteus* malagasy à des fins de papeterie (DOAT, 1967)

L'étude propose l'analyse mathématique des contraintes dans les bambous après quelque sollicitation en traction, en cisaillement et en compression. La première partie de l'étude s'attache à déterminer les propriétés mécaniques du bambou pour un élément poutre, la deuxième partie propose la simulation d'un système de poutre triangulaire chargé à des différentes tensions.

II. METHODOLOGIE

L'analyse des problèmes statique et dynamique nécessite la connaissance des équations de base de la théorie de l'élasticité linéaire. Dans ce chapitre, on présente les relations entre contraintes et les déformations. De ce cas général, dérive le cas particulier de l'élasticité plane (état plan de contrainte et état plan de déformation).

II.1. Modélisation des contraintes et des déformations

Considérons un corps de volume V où sont appliquées des efforts extérieurs (T), en chaque point M d'un solide, il existe des forces intérieures que l'on met en évidence en effectuant une coupure du solide, suivant la surface S, en deux parties A et B (figure 01).

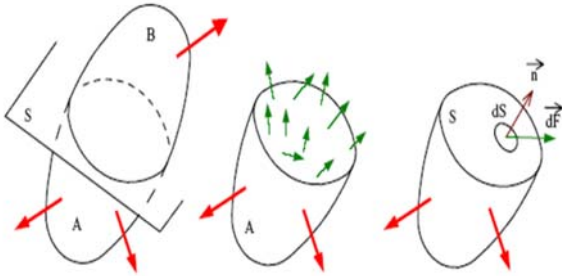


Figure 01 : Corps de volume V, facette et normale n

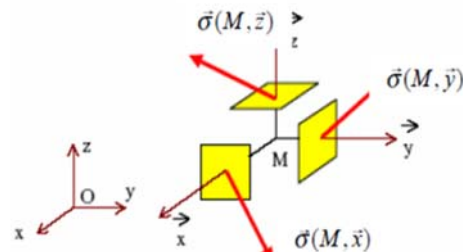


Figure 02 : Vecteur de contraintes sur trois facettes orthogonales

Les vecteurs unitaires (X, Y, Z) associés au repère orthonormé (O, x, y, z) définissent en un point M du solide trois facettes perpendiculaires entre elles (figure 02).

La contrainte sur la facette est égale à

$$[\sigma(M)] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (01)$$

Avec : $\sigma(M)$: Tenseur des contraintes

$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$: Contraintes principales

$\sigma_{yx}, \sigma_{zx}, \sigma_{zy}$: Contraintes symétriques

II.2. Comportement en flexion et en torsion

Les calculs de poutre en flexion sont très importants dans la pratique (Courbon, 2010)., Presque tous les éléments de construction modélisables par des poutres ont un moment de flexion dans leurs torseurs des efforts intérieurs.

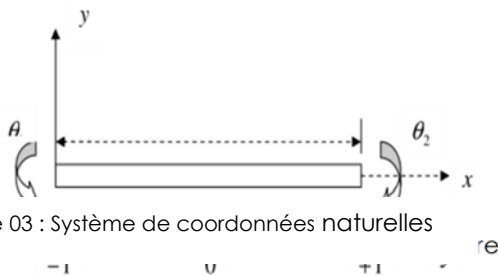


Figure 03 : Système de coordonnées naturelles

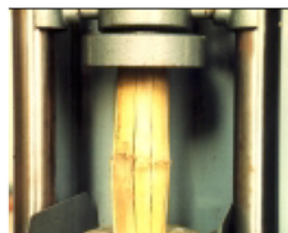


Figure 04 : Presse Adamel DY26 (Sollicitation en traction, en compression et en cisaillement)

$$U = \frac{EI}{2} \int_0^L \left(\frac{d\theta}{dx} \right)^2 dx + \frac{GA}{2} \int_0^L \left(\frac{dv}{dx} - \theta \right)^2 dx \quad (02)$$

Avec : EI : Coefficient de rigidité transversale

GA: Coefficient de rigidité axiale

$\frac{dv}{dx} = \theta + \gamma$: Angle total de déformation (θ : Rotation de la section, γ : Angle de cisaillement)

Avant d'étudier la structure, la première chose à effectuer est de numéroter les différents nœuds composant la structure. La méthode de rigidité conduit à résoudre le système d'équation linéaire :

$$\{F\}=[K]\{\delta\} \quad (03)$$

Avec $\{F\}$: Vecteur de charges

$[K]$: Représente une matrice bandée et symétrique

$\{\delta\}$: Déplacement Nodal généralisé

Le temps mis par l'ordinateur à analyser un tel système, peut considérablement être réduit si on utilise seulement la demi-bande de la matrice.

II.3. Assemblage et résolution par éléments finis

La statique des poutres élastiques est un cas particulier de l'élasticité classique. Ici l'hypothèse c'est qu'on étudie des solides *déformables, élastiques, en petites déformations et en petits déplacements*, dont la forme est assimilable à une ligne épaisse. Cette géométrie particulière amène, au prix des simplifications par rapport à l'élasticité tridimensionnelle

En utilisant les méthodes précédentes équations (02) et (03), les formules explicites de rigidités équivalentes de la structure peuvent être obtenues. Dans ce contexte, deux exemples sont considérés :

- Structure symétrique (Figure 05)
- Structure asymétrique (Figure 06)

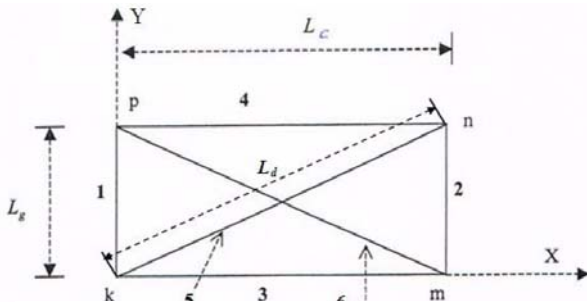


Figure 05 : Cellule d'une structure treillis symétrique composée de six barres

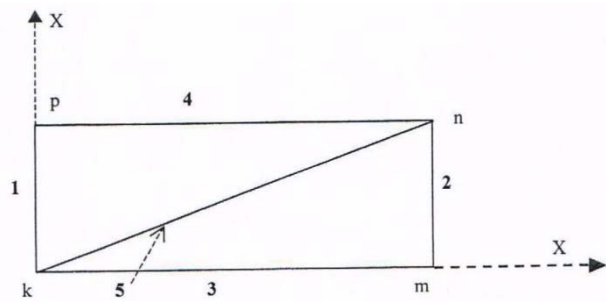


Figure 06 : Cellule d'une structure treillis asymétrique composée de cinq barres

On développe des formules explicites en considérant la tension dans les membres individuels de la structure. Pour chaque mode séparé de déformation, l'effort interne dans le membre dû à la tension, cisaillement ou moment de flexion peut être prédit.

$$\{S\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ E_3 A_3 \\ E_4 A_4 \\ \left(\frac{L_c}{L_d}\right)^2 E_5 A_5 \\ \left(\frac{L_c}{L_d}\right)^2 E_6 A_6 \end{Bmatrix} u_{,x} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{L_c L_g}{L_d^2} E_5 A_5 \\ -\frac{L_c L_g}{L_d^2} E_6 A_6 \end{Bmatrix} \gamma + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{L_g}{2} E_3 A_3 \\ \frac{L_g}{2} E_4 A_4 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{,x}$$

Cas symétrique (04)

Ou

$$\{S\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ E_3 A_3 \\ E_4 A_4 \\ \frac{L_c^2}{L_d^2} E_5 A_5 \end{Bmatrix} u_{,x} + \frac{L_c L_g}{D} \begin{Bmatrix} L_g E_5 A_5 E_1 A_1 \\ -L_g E_5 A_5 E_2 A_2 \\ 0 \\ 0 \\ 2 L_d E_2 A_2 E_5 A_5 \end{Bmatrix} \gamma + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{L_g}{2} E_3 A_3 \\ \frac{L_g}{2} E_4 A_4 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{,x}$$

Cas asymétrique (05)

Avec : γ : Déplacement transversale
 $\psi_{,x}$: Déplacement en flexion
 $u_{,x}$: Déplacement en traction

Pour la connexion des barres on a eu plusieurs choix, mais ici on a choisi le numéro 13 (Assemblage par goujons) de la figure 07, et qui est représentée par la figure 08.

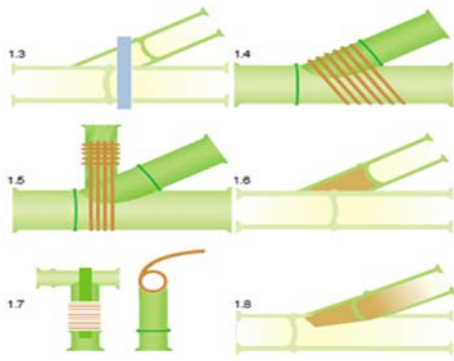


Figure 07 : Assemblage goujons et filetée



Figure 08 : Représentation de la poutre en bambou

Pour mener notre étude par modalisation numérique, on a utilisé le logiciel numérique ANSYS, le logiciel de programmation MATLAB et le presse Adamel DY26 qui donne la sollicitation en traction, en compression et en cisaillement).

Le logiciel ANSYS comprend plusieurs composantes (Nakasone , 2013). De façon générale, une résolution par éléments finis comporte trois étapes (Madenci , 2005).

- 1^{ere} Etape : Préparation des données ou Pré-processing
- 2^{eme} Etape : Traitement ou Processing
- 3^{eme} Etape : Post-processing: analyse et visualisation des résultats

III. RESULTAS ET INTERPRETATION

II.1. Propriété mécanique du bambou '*Dendrocalamus asper*'

Tableau 01 : « Propriétés du bambou utilise après caractérisation des conditions limites »

Culm part	Bending (Mpa)	MOE Tension (Mpa)	Compression (Mpa)	Shear (Mpa)		Tension (Mpa)	
				Internode	Node	Internode	Node
Bottom	92	702	66	9.7	11.1	385	87
Middle	59	564	70	10	8.4	348	101
Top	100	520	70	8.4	9.9	342	100
Average	84	595	68.5	9.4	9.8	359	96

Le tableau 01 représente les propriétés du bambou utilisé. La presse Adamel nous donne les efforts maximaux de flexion de compression et de tension. Pour avoir des valeurs moyennes, on a testé les trois parties du bambou : Partie centrale, partie supérieure et partie inférieure. Et avec le logiciel MATLAB on a pu calculer les différentes tensions dans n'importe quel corps du bambou grâce à la méthode de discrétisation, en considérant comme condition initiale les valeurs obtenues par la presse.

II.2. Simulation de contrainte et déformation d'un système de poutre en bambou

- Structure Symétrique

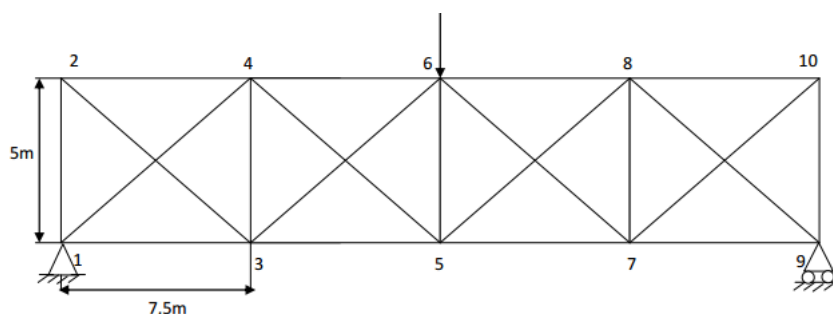


Figure 09 : Treillis cas symétrique

UY (AVG)
 RSYB=0
 DMX =-.027796
 SMN =-.027456



treillis 1 cas

PRINT U NODAL SOLUTION PER NODE

***** POST1 NODAL DEGREE OF FREEDOM LISTING *****

LOAD STEP= 1 SUBSTEP= 1
 TIME= 1.0000 LOAD CASE= 0

THE FOLLOWING DEGREE OF FREEDOM RESULTS ARE IN THE GLOBAL COORDINATE SYSTEM

NODE	UY
1	0.0000
2	-0.62886E-03
3	-0.16969E-01
4	-0.16900E-01
5	-0.26383E-01
6	-0.27456E-01
7	-0.16969E-01
8	-0.16900E-01
9	0.0000
10	-0.62886E-03

MAXIMUM ABSOLUTE VALUES

NODE 6
 VALUE -0.27456E-01

Figure 10 : Résultats de la simulation sur ANSYS

- Structure Asymétrique

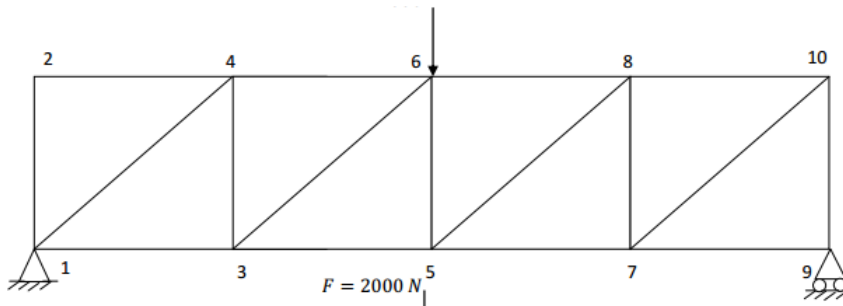
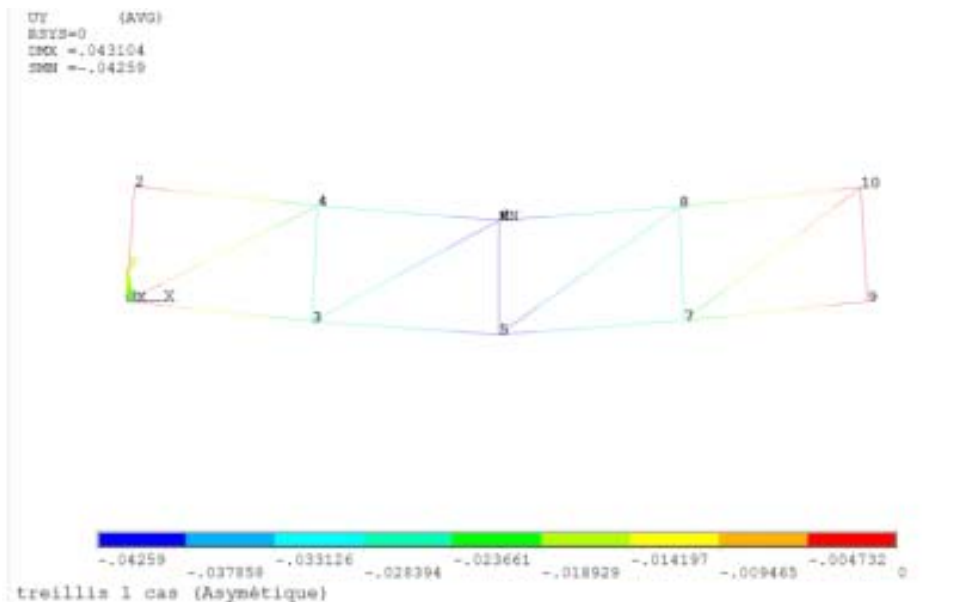


Figure 11 : Treillis cas asymétrique



```

PRINT U   NODAL SOLUTION PER NODE

***** POST1 NODAL DEGREE OF FREEDOM LISTING *****

LOAD STEP=    1  SUBSTEP=    1
TIME=    1.0000    LOAD CASE=    0

THE FOLLOWING DEGREE OF FREEDOM RESULTS ARE IN THE GLOBAL COORDINATE SYSTEM

      NODE      UY
      1      0.0000
      2 -0.18936E-04
      3 -0.25329E-01
      4 -0.24108E-01
      5 -0.41428E-01
      6 -0.42590E-01
      7 -0.24162E-01
      8 -0.25383E-01
      9      0.0000
     10 -0.12702E-02

MAXIMUM ABSOLUTE VALUES
NODE      6
VALUE -0.42590E-01

```

Figure 12 : Résultats de la simulation sur ANSYS

Pour différents chargement de 2000N et de 5000N, on a pu simuler le comportement du système de poutre en bambou. La figure 10 nous montre la simulation avec un système symétrique et la figure 12 nous montre le système asymétrique. Le logiciel ANSYS calcul la déformation pour chaque nœud, après avoir calculé les contraintes. Pour la structure symétrique la valeur varie de 0,027 à 0,003 mm et pour la structure asymétrique, elle varie de 0.042 à 0,0047 mm.

III. DISCUSSION ET CONCLUSION

En se basant sur la théorie proposée et Après avoir évalué les déplacements transversaux de la structure en treillis. On remarque qu'il y a une différence presque négligeable de l'ordre de quelques pourcents entre les deux cas symétrique ou le cas asymétrique, et ce pour les deux types de chargements proposés. Ainsi, pour les deux cas de chargement l'erreur entre les deux systèmes de poutre est comprise entre 0,3 et 0.6 % .

Tous ces résultats prouvent la certitude de la théorie proposée et que les deux types de structure donnent des résultats presque similaire.

Les résultats obtenus sont très satisfaisants et cette étude a permis de montrer que ce type de structure discrète pouvait être décrit en un modèle continu en donnant des aboutissements acceptables.

Ce travail peut être encore développé sous plusieurs aspects. En effet on peut rajouter à l'étude du modèle poutre, le modèle plaque, et on peut aussi aborder l'analyse dynamique à savoir l'étude des vibrations libres ainsi que l'étude de la réponse dynamique à un chargement transitoire, ces aspects qui sont très important dans le domaine industriel.

V. BIBLIOGRAPHIE

BYSTRIAKOVA N., KAPOS V., LYSENKO I., STAPLETON C., 2004. Bamboo biodiversity: Africa, Madagascar and the Americas. Cambridge, Royaume-Uni, Unep-World Conservation Monitoring Centre, Beijing, Chine, International Network for Bamboo and Rattan, 88 p

COURBON J., 2010, " Structures élastiques composées de poutres ", Article, (C2030-8), technique de l'ingénieur, édition

DOAT J., 1967. Les bambous, source éventuelle de cellulose pour l'Afrique. Bois et Forêts des Tropiques, 113 : 41-59.

FERRARO P. J., 2001. Global Habitat Protection: Limitations of Development Interventions and a Role for Conservation Performance Payments. Conservation Biology, 15: 990-1000

NAKASONE Y., YOSHIMOTO S., 2013, "Engineering analysis with ANSYS software", édition ELSEVIER

HIZIROGLU S., 2007. Selected properties of medium density fiberboard (MDF) panels made from bamboo and rice straw. Forest Product Journal, 57 (6): 46-50.

LEE A. W., BAI X., PERALTA P. N., 1996. Physical and mechanical properties of strandboard made from moso bamboo. Forest Product Journal, 46 (11/12): 84-88

MADENCİ E., GOVEN I., 2005, "The finite element method and applications in engineering using ANSYS", édition SPRINGER.

YU Y., FEI B., ZHANG B., YU X., 2007. Cell-wall mechanical properties of bamboo investigated by in-situ imaging nanoindentation. Wood and Fiber Science, 39 (4): 527-535.