

Article 12. Mise en évidence du phénomène d'onde de choc à la traversée du mur du son par la méthode numérique SPH.

ANDRIAMADY Andry^{1,2}, RASOLOMANANA Eddy¹, RAKOTONDRAJAONA Luc^{1,2}

¹Laboratoire d'Hydrodynamique et Géosciences IST/T – ESPA Ankatso.

² Direction de l'Ecole du Génie Industriel, Institut Supérieur de Technologie d'Antananarivo.

Correspondant : luc.rakotondrajaona@gmail.com

Mots-clés : Mur du son, Aérodynamique, Simulation numérique, Onde de choc.

Résumé :

Une onde de choc est une propagation d'une perturbation qui produit sur son passage une variation réversible des propriétés physiques du milieu, sans transport de matière mais avec un transport d'énergie. Une onde de choc est caractérisée par une vague de haute pression accompagnant cette perturbation. Les ondes de choc peuvent être perçues par un observateur lors d'explosions ou lorsqu'un avion dépasse le mur du son, émettant un son caractéristique.

Il est difficile voire même impossible d'effectuer une expérimentation pour une étude complète de ce phénomène à cause de :

- la vitesse élevée à atteindre, aucune soufflerie n'est capable de générer un flux d'air à la vitesse nécessaire,
- la difficulté d'installer des appareils de mesure en altitude sans perturber l'écoulement.

L'approche numérique est une alternative qui peut répondre à cette problématique. On impose une vitesse du son, on donne un mouvement uniformément accéléré au profil jusqu'à ce qu'il franchisse le mur du son numérique imposé. Le résultat obtenu montre qu'au voisinage de la vitesse du son, quel que soit la valeur prise, on observe un phénomène d'onde de choc. La courbe de la variation de la pression en un point fixe de l'espace permet de distinguer clairement une allure en N qui est caractéristique d'une onde de choc. Les similitudes des résultats par rapport au fait réel observable nous permettent de conclure que la modélisation par la méthode SPH donne des résultats similaires aux faits réels.

Introduction

Les ondes de choc, phénomène reconnu depuis plus d'un siècle mais toujours imparfaitement compris, sont responsables du tonnerre qui accompagne la foudre, la détonation des armes à feu ou des feux d'artifice, le souffle des explosions chimiques ou nucléaires, et surtout le Bang sonique à la traversée du mur du son. Les connaissances dont nous disposons à l'heure actuelle dans le domaine d'écoulements supersoniques sont pour la plupart issues d'observations expérimentales. Fréquemment liée au « danger », une compréhension complète de l'onde de choc requiert l'utilisation d'une autre méthode complémentaire. L'approche numérique est une méthode très promoteur pour explorer des zones inaccessibles expérimentalement, et pour la mise en évidence du phénomène d'onde de choc.



Figure 24: un avion en vol supersonique

Une onde de choc est la propagation d'une perturbation qui produit sur son passage une variation réversible des propriétés physiques (pression température) du milieu, sans transport de matière mais avec un transport d'énergie. Elle est caractérisée par une transition brutale voire **discontinue** des grandeurs physiques du milieu dans lequel elle se propage et produit un bruit caractéristique dont la courbe de variation de la pression dans le milieu où elles se propagent est reconnu par une allure en N d'où le terme onde N. La variation brutale de la température provoque des fois une condensation si l'atmosphère dans laquelle l'avion se déplace est suffisamment humide (fig 1).

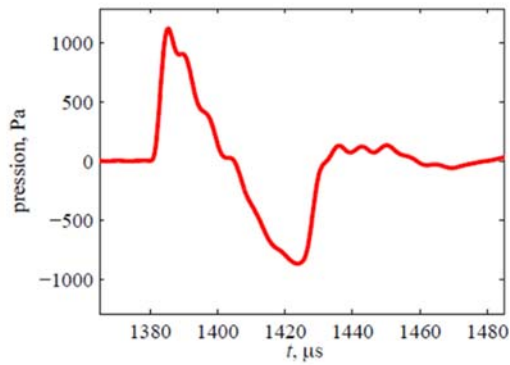
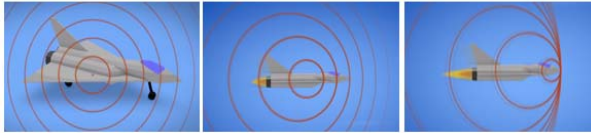
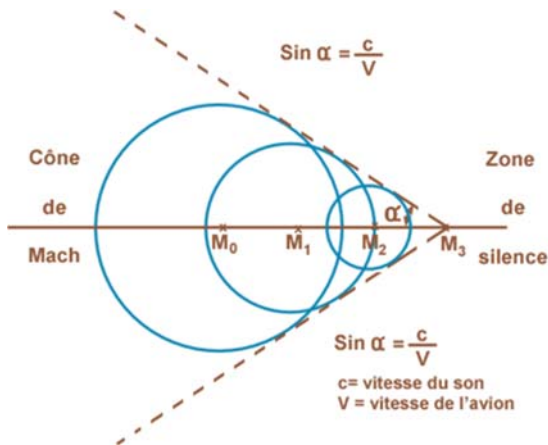


Figure 25/ onde de pression générée par une source à étincelle électrique et mesurée par un microphone Bruel & Kjaer
Bang sonique des aéronefs



- A l'arrêt: Ondes sonores émises par les réacteurs sont concentriques
- Vitesse < Mach 1: Ondes sonores plus resserrées en avant et plus espacées en arrière au fur et à mesure que l'appareil accélère
- Vitesse = Mach 1: Superposition des ondes en avant de l'appareil; Il y a onde de choc

Le son se propage dans l'air sous la forme d'onde de pression à la vitesse 340m/s dans des conditions normales, les ondes sonores émises par les réacteurs d'un avion à l'arrêt se propagent en formant des cercles autour de lui. Quand l'avion est en vol il se déplace en même temps que les ondes sonores qui apparaissent plus resserrées en avant de l'appareil et plus espacées à l'arrière. Quand l'avion atteint la vitesse du son aussi appelé mach1, les ondes de pression sonores ne peuvent plus s'éloigner de l'appareil, elle se superpose à l'avant pour forme une onde de choc. C'est le Bang sonique qu'on entend au sol au passage d'un appareil supersonique.



A la vitesse supersonique, les ondes ne se superposent plus en avant mais forme un cône que l'on appelle cône de mach.

L'angle α du cône se calcul par la formule : **$\sin \alpha = \frac{c}{v}$**

ou c est la célérité du son dans le milieu et v la vitesse de l'appareil.

Contexte

Pour les études expérimentales d'une onde de choc, les sources d'ondes qu'on utilise souvent sont tout simplement un appareil en vol, ou un arc électrique. On utilise un microphone pour enregistrer la variation de pression.

Il est difficile voire même impossible de reproduire au labo à échelle réduite une onde de choc d'origine supersonique à cause de la vitesse élevée à atteindre, et fabriquer une soufflerie capable de générer un flux d'air à la vitesse du son relève un grand défis. Une étude à échelle réelle serait encore limitée à un enregistrement à des centaines de mètre de l'appareil puisqu'on ne peut installer des appareils de mesure en altitude ou au voisinage de l'appareil sans perturber l'écoulement. En plus, l'appareil de mesure de la pression qui existe jusqu' à maintenant ne mesure qu'un point à la fois, on ne peut pas avoir une vision globale du champ de pression autour de l'appareil d'un coup. Nous allons essayer de dépasser ces limites en utilisant l'approche numérique par la méthode SPH et comparer les résultats obtenus aux résultats expérimentaux.

Méthode numérique SPH

C'est une méthode particulière qui consiste à modéliser le comportement d'un corps par un ensemble de particules qui interagissent entre elles. Ce qui différencie les méthodes particulaires des méthodes aux éléments finis classiques est que chaque particule a une connectivité variable dans le temps. Cette variation d'influence entre chaque particule et entre chaque pas de temps permet de modéliser plus facilement et de manière plus réaliste des problèmes d'écoulement fluide mais aussi des problèmes d'impact de solides à grande vitesse.

La méthode SPH est une méthode purement Lagrangienne, elle a été développée au début pour simuler les phénomènes astrophysiques. La base de cette méthode dérive fondamentalement de la description lagrangienne des fluides et ce en considérant que le mouvement d'un volume de contrôle d'un fluide peut être représenté par une particule portant toutes les informations physiques (masse, sollicitation, énergie...). La méthode SPH est donc basée sur une technique de calcul hydrodynamique où la forme de ces équations est simple même en trois dimensions. Cette caractéristique fait de la méthode SPH une approche souhaitée pour les géométries complexes, les milieux à cavitations ou multiphasiques, les champs à écoulement chaotiques, les problèmes d'impact à très grande vitesse. L'idée de base de la méthode SPH est fondée sur l'utilisation d'une interpolation intégrale basée sur les noyaux (*kernels*) : les équations différentielles sont alors transformées en équations intégrales qui sont par la suite discrétisées.

Equations de Navier-Stokes

La mécanique des fluides est régie au plan macroscopique par les équations de Navier-Stokes issues des principes de conservation habituels de la mécanique : conservation de la masse et de la quantité de mouvement.

Pour un fluide compressible newtonien, les équations de Navier-Stokes exprimées en formulation lagrangienne sont les suivantes :

$$\begin{aligned} d\vec{x}/dt &= \vec{v} \\ d\rho/dt &= -\rho \nabla \cdot \vec{v} \\ d\vec{v}/dt &= \vec{g} - \nabla P/\rho \end{aligned}$$

Le fluide étant supposé compressible, et afin de clore le système d'équations ci-dessus, une équation d'état doit nécessairement intervenir. Il existe dans la littérature dédiée à la méthode SPH un grand nombre de lois d'état, choisies selon l'application et reliant localement, de manière linéaire ou non, la densité du milieu considéré (et parfois son énergie interne) à la pression qui y règne.

Nous avons choisi de garder l'équation d'état suivante, loi classiquement utilisée pour l'étude d'écoulements à surface libre via la méthode SPH :

$$P - P_0 = \rho_0 c_0^2 \gamma [(\rho/\rho_0)^\gamma - 1]$$

dans laquelle γ , ρ_0 , P_0 et c_0 représentent respectivement la constante poly tropique, la densité nominale du fluide considéré, la pression de référence et la vitesse du son nominale.

La base mathématique de la méthode SPH repose sur la représentation intégrale d'une fonction

$$f(\vec{x}) = \int_{\Omega} f(\vec{x}') \delta(\vec{x} - \vec{x}') d\vec{x}'$$

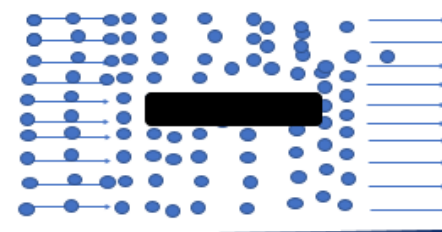
Où $\delta(\vec{x} - \vec{x}')$ est la fonction de Dirac
 $\delta(\vec{x} - \vec{x}')$ est remplacé par une fonction de lissage $(\vec{x} - \vec{x}', h)$ appelé noyau .

Et on obtient :

$$f(\vec{x}) = \int_{\Omega} f(\vec{x}') W(\vec{x} - \vec{x}', h) d\vec{x}' = \langle f(\vec{x}) \rangle$$

Modèle expérimentale

Le programme est basé sur la modification du code SPHysics.



Le modèle que nous avons élaboré pour la simulation d'onde de choc est un profil fixe dans un flux de particules permanent comme dans une soufflerie virtuelle.

Au départ, la vitesse des particules son inferieur Mach 1 et on accélère progressivement jusqu'à ce qu'on franchie le mur du son Co imposée. Afin de limiter le nombre de particules à utiliser, nous avons implémenté un code d'écoulement permanent dans SPHysics.

En SPH on assimile les fluides une particule portant toutes les informations dont le nombre des particules est fixe au cours du temps. Avec un nombre de particule très élevé le temps de calcul augmente de façon exponentielle.

Cela constitue une limite pour notre cas. Nous avons donc implémenté un algorithme d'écoulement permanent dans SPHysics.

Par la méthode classique (sans écoulement permanent), on doit disposer toutes les particules devant le profil et déplacer le profil. Une fois que le profil arrive à l'autre bout, la simulation est terminée. Le nombre des particules augmente avec la vitesse du profil .

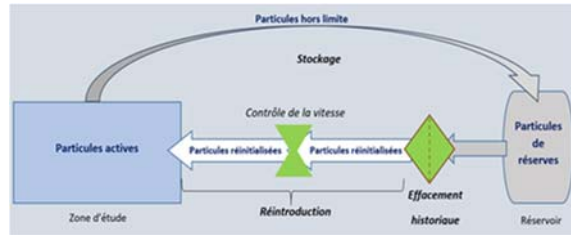


Figure 26: schéma de principe d'un écoulement permanent en SPH

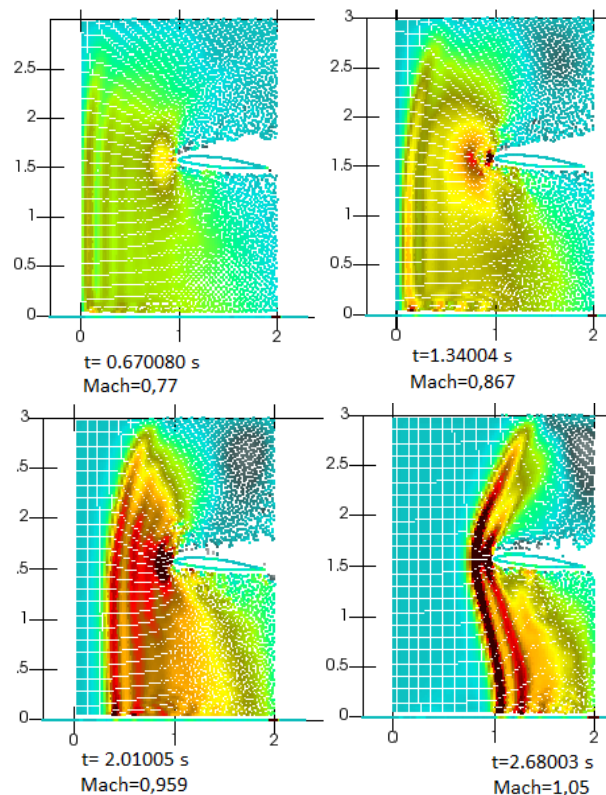
Avec l'écoulement permanent, il suffit de remplir uniquement la zone autour du profil qui est fixe et y faire circuler la particule de fluide en boucle. Afin d'avoir un flux non interrompu, on crée une réserve tampon virtuelle qui contient des particules prêtes à être introduites. Ce réservoir permet de contrôler le flux car le nombre des particules qui sort n'est pas toujours égale à ce que il faut introduire.

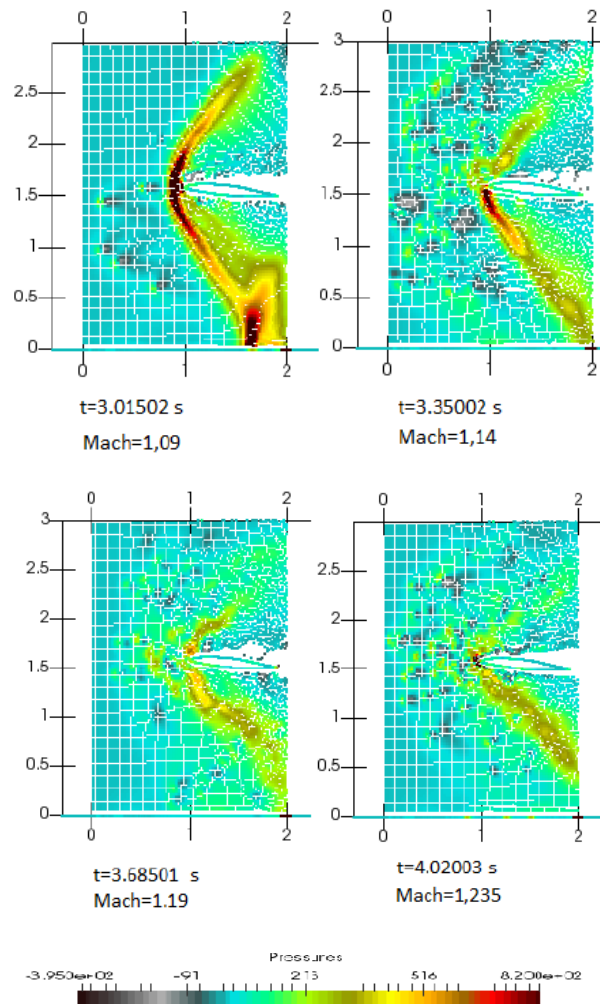
Les avantages de cette technique sont :

- il n'y a plus de limite en temps de simulation puisque on peut boucler les particules perpétuellement,
- pour une même résolution d'image que la première méthode, on utilise largement moins de particules avec notre algorithme (gains en temps de calcul),
- on a la possibilité de contrôler le débit d'air qui entre et d'avoir un écoulement propre à l'entrée.

Résultats

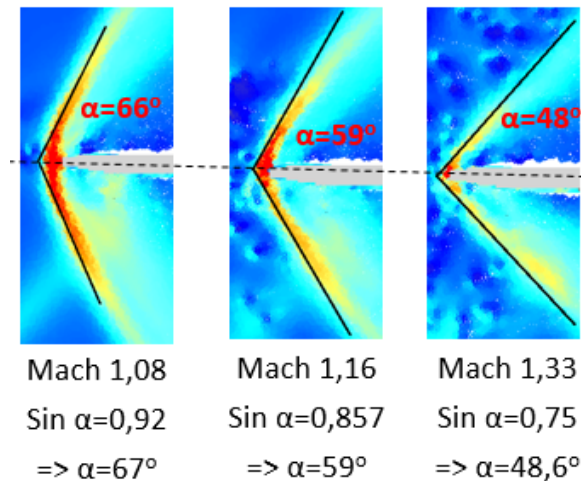
➤ Evolution du champ de pression autours du profil





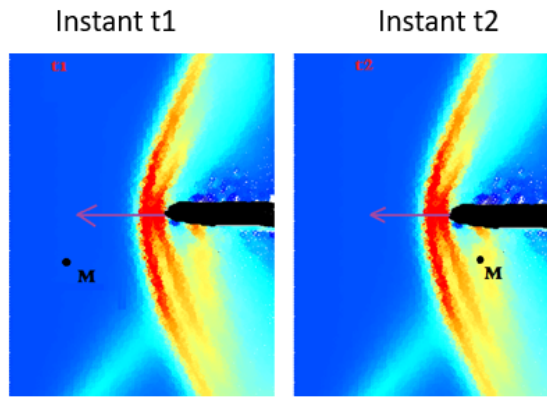
➤ **Cône de Mach**

Sur la figure suivante, nous avons pris quelques images du champ de pression autour du profil à une des vitesses différentes. On observe une correspondance de l'angle formé par le cône de Mach avec la formule.



➤ **Pression en un point fixe de l'espace**

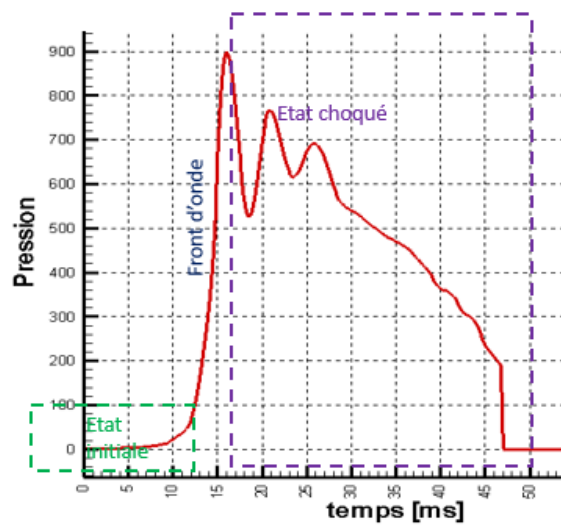
Un des avantages de l'approche numérique c'est qu'on peut avoir des données complètes de l'évolution de toutes les grandeurs. Avec ces données nous pouvons tracer l'évolution de la pression en un point M fixe dans l'espace, c'est-à-dire fixe par rapport au sol mais en mouvement relatif par rapport au profil. Au lieu de déplacer le profil nous l'avons fixé dans un flux de particules animées d'un mouvement uniformément accéléré.



Connaissant la vitesse initiale et l'accélération du flux, nous pouvons déterminer à chaque instant la position d'un point M fixe dans l'espace avec l'équation horaire :

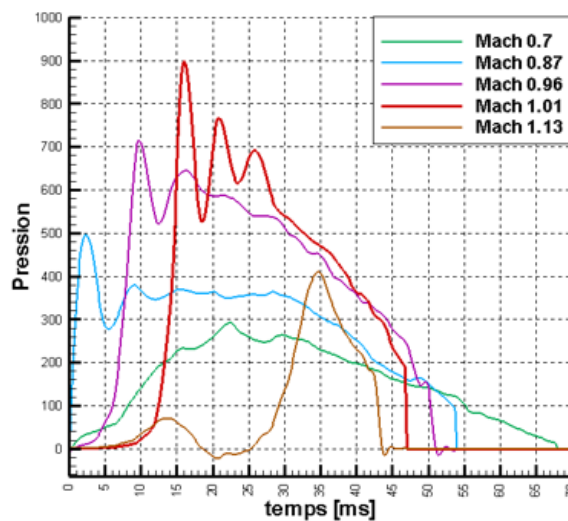
$$x_M = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

Et tracer la variation de pression en ce point au passage de l'appareil.



On peut observer la variation brusque de la pression, et une allure en N qui est la signature d'une onde de choc.

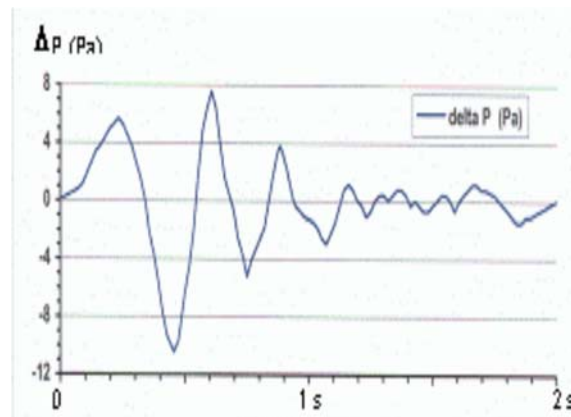
Les courbes suivantes nous montrent l'évolution de la pression en fonction du temps au point M fixe prise à différente phase de déplacement du profil.



On remarque que le front de choc devient de plus en plus raide quand on approche de la vitesse du son C_0 et redescend quand on la dépasse. Ces courbes montrent que c'est un phénomène transsonique c'est à dire qu'elle se produit uniquement au franchissement du mur du son.

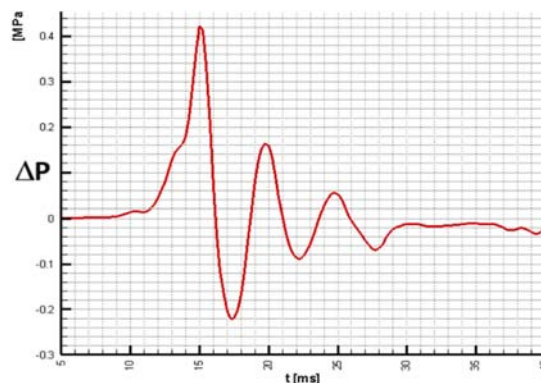
Gap de pression

La courbe suivante montre le Bang sonique due au passage d'une concorde à 105 km, enregistrée à l'aide d'un microphone dans une station d'écoute.



La mesure expérimentale avec un microphone mesure la variation pression mais non pas la pression.

Le gap de pression que nous avons obtenu numériquement est à peu près la même allure que le gap d'un profil de l'aile d'un avion ayant une vitesse mach 1 (figure ci-dessous) à une distance de 105 km. La différence de fréquence et d'amplitude s'expliquent par la disposition du capteur. Nous avons relevé la pression d'un point près du mobile.



Conclusion

Avec l'approche numérique nous avons eu la possibilité de mettre en évidence l'apparition d'une onde de choc à cause d'un déplacement supersonique, on a pu suivre la variation des grandeurs physiques que l'on ne peut pas avoir expérimentalement.

Les résultats obtenus numériquement par la méthode SPH ne s'éloignent pas des résultats prédits par l'approche analytique.

On a pu simuler la formation d'onde de choc par simulation numérique, il serait intéressant d'étudier numériquement la propagation de cette onde de choc et ses effets sur les structures.

Références :

- [1] L. B. Lucy. « A numerical approach to the testing of the fission hypothesis. » The Astronomical Journal, 1977
- [2] R.A. Gingold et J.J. Monaghan. « Smoothed particle hydrodynamics : theory and application to non-spherical stars. » Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 181, pp. 375-389, 1977.
- [3]. MONAGHAN J.J., (2000), "SPH without a tensile instability", Journal of Computational.
- [4]. MONAGHAN and LATTANZIO, (1991), "A simulation of the collapse and fragmentation of cooling molecular clouds", Astrophysical Journal, 375:177-189.
- [5] 22. MORRIS J., (1996), "Analysis of smoothed particle hydrodynamics with applications", PH.D. thesis, Monash University. Physics, 159:290-311.
- [6] BENZ W., [(1988), "Applications of smoothed particle hydrodynamics (SPH) to astrophysical problems", Computer Physics Communications, 48:97-105.
- [7] CLEARY (1998), "Modeling Confined Multi-material heat and Mass flows Using SPH", Applied Mathematical Modeling, 22:981-993.
- [8] MONAGHAN J.J., (1992), "Smoothed Particle hydrodynamics", Annual Review of Astronomical and Astrophysics, 30:543-574.
- [9] MONAGHAN, (1995), "Heat conduction with discontinuous conductivity", Applied Mathematics Reports and Preprints, Monash University.

- [10] J. Bonet and T. S. L. Lok. « Variational and momentum preservation aspects of smooth particle hydrodynamics formulations. » *Computer Methods in Applied Mechanics Engineering*, 180 :97–115, 1999.
- [11] J. P. Vila. « On particle weighted methods and SPH. » *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, 9 :161–210, 1999.
- [12] J. Monaghan and H. Pongracic. « Artificial Viscosity for Particle Methods. » *Applied Numerical Mathematics*, 1 :187–194, 1985.
- [13] J. P. Morris and J. J. « SPH and Riemann solvers. » *Journal of Computational Physics*, 136 :298–307, 1997. Monaghan. « A switch to reduce SPH viscosity. » *Journal of Computational Physics*, 136 :41–50, 1997.
- [14] J. J. Monaghan. « SPH and Riemann solvers. » *Journal of Computational Physics*, 136 :298–307, 1997.
- [15] LIU G.R. (2002), "Mesh Free Methods: moving beyond the finite element method", CRC Press, Boca Raton.
- [16] B. BenMoussa, N. Lanson, and J.P. Vila. « Convergence of Meshless methods for conservation Laws, Applications to Euler equation. » Zurich, 1998. VII conference on Hyper-bolics problems.