À PROPOS DE L'APPRENTISSAGE DES FORMES ET CONSTRUCTIONS GEOMETRIQUES DANS UN PLAN : UN PLAIDOYER AUX PERTINENCE ET FAISABILITE DE L'INTRODUCTION PRECOCE DES CONIQUES.

André TOTOHASINA

Ecole Normale Supérieure pour l'Enseignement Technique (ENSET)

Université d'Antsiranana. 201- Madagascar

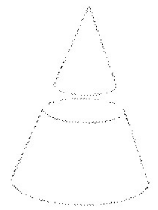
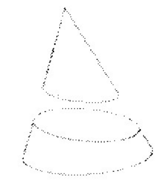
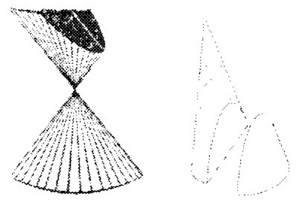
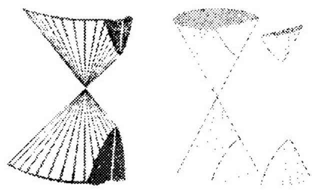
E-mail : totohasina@yahoo.fr

Résumé : *Dans le double souci de l'Education Pour Tous (EPT) et de la continuité du programme scolaire de mathématiques aux niveaux de l'éducation fondamentale II et de lycée, le présent article défend les pertinence et faisabilité de l'introduction précoce des coniques propres basée sur une approche épistémologique. Une telle didactique de la géométrie engendrerait une pédagogie constructiviste débouchant sur une mise en place de véritables compétences multifonctionnelles. Par ailleurs, l'idée de base de la réalisation des trois matériels- ellipsographe, paraboligraphe et hyperboligraphe- servant à construire directement les côniques propres sera aussi présentée avant de conclure.*

INTRODUCTION ET MOTIVATION

La lecture des programmes scolaires de mathématiques pratiqués dans le système éducatif de Madagascar depuis une trentaine d'années nous révèle que seules les formes géométriques anguleuses (triangles et quadrilatères particuliers usuels) et le cercle sont appris dès le niveau primaire et poursuivis pendant les deux premières années du collège (i.e. en classes de sixième et cinquième), y comprises les méthodes de constructions respectives en utilisant une règle et un compas. Ainsi, cet enseignement de la géométrie pure concerne pratiquement tous les enfants scolarisés, sans élitisme aucun. L'apprentissage de l'aspect formel, c'est-à-dire algébrique ou analytique, de cette géométrie des cercles et des triangles commence en classe de quatrième et se poursuit progressivement en abstraction et en propriétés jusqu'au lycée.

Quant aux formes géométriques planes rondes, à savoir les sections planes d'un cône circulaire droit autres que les cercles, c'est-à-dire les ellipses, paraboles et hyperboles (Cf. Figures Fig.1, 2, 3, 4, 5, 6, 7), leur apprentissage n'est «accessible» qu'une fois et tardivement, comme le laisseraient entendre lesdits programmes, et concerne exclusivement les jeunes parvenus en terminales scientifiques et techniques non tertiaires.

 **Fig. 1** : *Section circulaire :* *le bord est* *un **cercle***	 **Fig. 2 :** section elliptique : son bord est une ***ellipse***	 **Fig.3** : sections p***araboliques.*** ***Le contour de chaque section est une*** *parabole**.***	 **Fig. 4 :** Sections hyperboliques. *Les deux bords d'une section constituent une **hyperbole équilatère**.*

Par ailleurs, leur enseignement, reflété par les textes des programmes successifs, ignore complètement l'épistémologie des coniques en se contentant d'une approche directement analytique, sous prétexte d'une préoccupation utilitaire cette fois, faisant fi de «la nature expérimentale et le fondement social» de cette science mathématique (cf. BRUTER, C.- P. 1996 ; BOLL M. 1963), contrairement à l'approche recommandée pour les formes géométriques anguleuses et le cercle comme évoquée ci-dessus. Rappelons que sur le plan historique, la science reste une œuvre désintéressée : plus elle est désintéressée, plus elle est féconde, même au point de vue pratique.

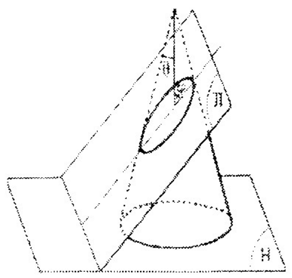


Fig. 5 : *Ellipse*

(Plan de coupe ne passant pas par le sommet et coupant les génératrices du cône à une nappe)

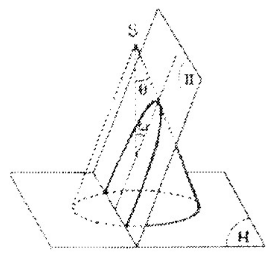


Fig.6 : *Parabole*

(Plan de coupe parallèle à une génératrice du cône à une nappe)

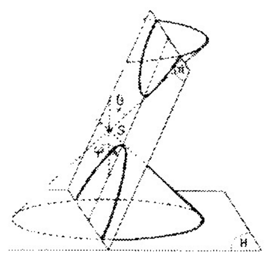


Fig.7 : *Hyperbole*

(Plan de coupe orthogonal aux cercles de base du cône à deux nappes : le cône est coupé suivant eux génératrices)

La théorie générale des coniques, qui exige le secours de la science des nombres avec la vision analytique[1], sans image mentale de la représentation concrète des concepts en question, n'a vu le jour que tardivement avec la géométrie cartésienne (vers l'an 1619, soit plus de 18 siècles après le mathématicien grec Apollonius (260-200 avant Jésus Christ) qui accoucha les sections coniques).

Certes, cette approche analytique des coniques n'est effectivement pas accessible par des élèves du niveau inférieur à celui de lycée. Néanmoins, à l'instar de l'apprentissage des formes géométriques planes angulaires évoquées ci-dessus, par souci de l'équité et de

[1] Une conique se réduit à une équation polynomiale à deux variables réelles du deuxième degré : $aX^2+bY^2+cXY+dX+eY+f = 0$, les coefficients a, b, c, d, e, f étant des réels non tous nuls.

l'objectif de l'Education Pour Tous, il s'avère aujourd'hui pertinent et faisable que l'on initie le maximum d'élèves dès le niveau collège, probablement au début du collège. Nous donnerons dans la suite quelques suggestions à ce propos.

En effet, les concepts de coniques peuvent indiscutablement être vus comme faisant partie intégrante de la géométrie pure classique. Or, la géométrie est d'abord l'étude des figures. Donc, la géométrie doit débuter par la mathématique des objets sensibles avant d'intégrer la mathématique des relations. Et sa compréhension se situe au carrefour du sensible et de l'intelligible : l'intelligible se construit à partir du sensible, et l'intelligible agira à son tour sur le sensible. Par conséquent, c'est à travers l'étude des figures que doit se constituer la science géométrique, ses concepts et ses méthodes. Aussi, s'avère-t-il logique, voire nécessaire, d'adopter désormais une approche épistémologique de l'enseignement de la géométrie, en particulier l'enseignement des coniques. En effet, à propos des coniques, les programmes scolaires actuels n'accordent pas aux jeunes esprits des occasions pour se fabriquer assez tôt les représentations mentales des coniques propres sur lesquelles ils pourront raisonner et opérer plus tard. Quelles sont les stratégies d'enseignement qui développeront ces compétences relatives aux coniques ? C'est une des questions que nous aborderons dans la suite.

En cette période de rejet raisonnable des mathématiques modernes, ce dernier ne mérite-t-il pas ainsi de se faire au moins en deux ou trois temps à travers la lecture verticale des programmes scolaires de mathématiques ? En effet, toute science expérimentale se fonde sur deux principes : d'une part l'origine empirique des objets étudiés et des concepts ainsi mis en jeu, d'autre part les méthodes participant à la fois à l'observation empirique et au raisonnement.

Mais, quels seraient les enjeux ou intérêts de la connaissance de la géométrie? En fait, les études montrent que la géométrie aurait au moins deux avantages par rapport au développement de la capacité intellectuelle de l'homme (BKOUCHE R. 1997). Tout d'abord, et ceci est primordial mais semble négligé par le programme scolaire actuel, l'apprentissage de la géométrie construit chez l'enfant l'intelligibilité ou la compréhension du monde sensible, ainsi que celle de l'intuition géométrique. Ensuite, dans un second plan, une vision instrumentale de la connaissance oblige, la géométrie est riche d'applications ultérieures dans d'autres domaines de la science (cf. cinématique, modélisations mathématiques des phénomènes physiques ou biologiques, etc.). La géométrisation tant souhaitée dans d'autres domaines de la science ou des mathématiques mêmes (cf. la géométrie algébrique née de la théorie des équations, représentations géométriques en statistiques et analyses des données, la géométrie differentielle, etc.) n'est que le résultat de la capacité à un transfert ou un élargissement de l'intuition géométrique. La géométrie possède ainsi une vertu formatrice très intéressante pour l'assise de l'esprit rationnel.

Par ailleurs, si la maîtrise des constructions géométriques planes élémentaires (construction de la droite passant par un point et parallèle à une autre, d'un parallélogramme, d'un triangle, etc.) est exigible aux élèves avant d'entrer en classe de quatrième, il semblerait qu'il n'y a pas suffisamment d'occasions pour les investir au niveau du collège même afin d'atteindre cet objectif de maîtrise ainsi exigé. Sur ce plan de renforcement des compétences supposées acquises, à juste titre, la présente proposition viendrait à point nommé. Néanmoins, le chapitre dénommé «Configurations de l'espace» du programme de mathématiques de la classe de $3^{\text{ième}}$ comporte déjà les contenus suivants : observation et description d'un cône de révolution, son volume et son aire, et section d'un cône par un plan parallèle à celui de la base ; ce programme instruit que l'on y admet le théorème affirmant que «la section d'un cône par un plan parallèle à celui de la base est un cercle».

Nous signalons qu'au niveau du lycée technique professionnel, par exemple, dans les secteurs industriel et génie civil, à travers notre expérience d'encadrement des stagiaires dans l'enseignement des sciences et techniques (mathématiques, mécaniques, électrotechnique), beaucoup d'élèves souffriraient des lacunes sur l'habileté aux dites constructions géométriques élémentaires.

1. CONIQUES AU COLLEGE SELON LE PROGRAMME SCOLAIRE DEPUIS 2000

1.1 CONE DE REVOLUTION

1.1.1 Observation

Le solide est un cône de révolution (Cf. Fig. 8)

1.1.2 Définition

Un cône de révolution est un solide comportant :

- une base circulaire
- un sommet situé sur l'axe de base S.
- une surface latérale (entre la base et le sommet).

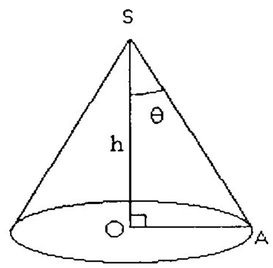


Fig. 9

La distance du sommet au centre de la base s'appelle **hauteur du cône h.**

La distance du sommet à tous les points du cercle de base est la même ; elle est appelée apothème du cône.

Le segment [SA] est appelé génératrice du cône. L'angle $\widehat{OSA}$ de mesure θ est le demi-angle au sommet du cône.

1.1.3 Construction d'un patron

On considère un cône sans fond. Un patron du cône est constitué d'un disque (pour la base) et d'un secteur circulaire (pour la surface latérale).

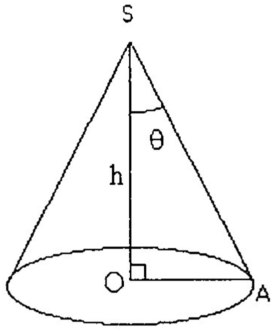


Fig. 10

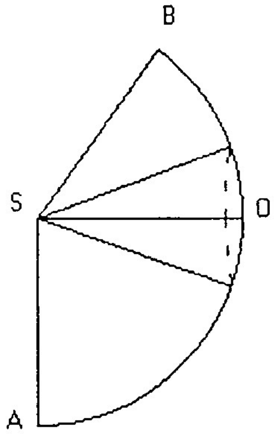


Fig. 11

En effet, lorsqu'on développe le cône latéralement suivant une génératrice (SA par exemple sur Fig11), on obtient le secteur circulaire SAB ; et le disque de base est conservé car il est sa propre développée. On peut schématiser le patron du cône comme suit (Fig. 12).

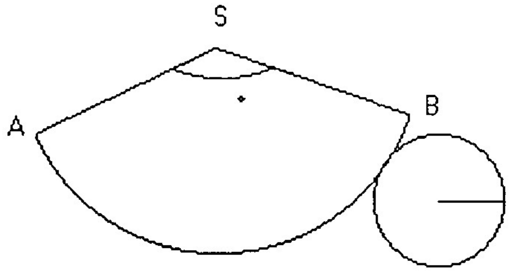


fig4

Fig. 12

Remarque :

La longueur de l'arc AB est égale au périmètre du cercle de base, donc AB a pour mesure $2\pi R$.

Exemple :

Construire le patron d'un cône de révolution dont le rayon de disque de base R mesure 4 cm et la hauteur $h=8\sqrt{2}$ cm.

Construisons d'abord le secteur circulaire.

- son rayon a est tel que :

$$a^2 = h^2 + R^2$$
$$= 4^2 + (8\sqrt{2})^2$$
$$= 16 + 128$$
$$= 144$$

D'où a = $\sqrt{144}$ = 12 cm.

- son angle α :

$2\pi a \longrightarrow 360$

$2\pi R \longrightarrow \alpha$

D'où $\alpha = \dfrac{360 \times 2\pi R}{2\pi a}$

$= \dfrac{360 \times R}{a}$

$= \dfrac{360 \times 4}{12}$

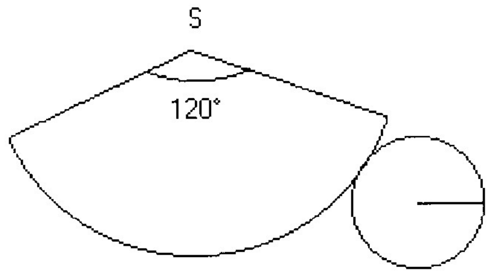


Fig. 13

Ainsi α = 120°

On a alors le schéma du patron ci-contre (Fig. 13)

1.1.4 Aire et volume du cône de révolution

a- Propriétés

- L'aire de latérale Sl d'un cône de révolution est égale au demi- produit de l'apothème a par le périmètre p de la base.

On a : $S_l = \frac{1}{2} a \times p = \pi R a$

- Le volume V d'un cône de révolution est égal au tiers du produit de l'aire B de la base par la hauteur h.

On a : $V = \frac{1}{3} B \times h$

b- Remarques

- L'aire latérale d'un cône de révolution et l'aire du secteur circulaire obtenu en coupant la surface du cône de long d'une génératrice et en étalant sur un plan ; en fait c'est l'aire du secteur qui constitue le patron du cône.

- Il existe des cônes qui ne sont pas de révolution ; dans ce cas, le sommet S n'appartient pas à la droite perpendiculaire en O au cercle de base.

C'est donc le cas des coniques (ellipse, hyperbole, et parabole) qui est le but de ce chapitre, c'est-à-dire obtention des coniques à partir d'un cône de révolution à une nappe ou à deux nappes.

1.2 OBTENTION D'UN CERCLE A PARTIR D'UN CONE

On donne un cône de révolution Γ à une nappe, de sommet S (Fig. 14), de génératrice AS et dont la base est un disque de centre O et de rayon R.

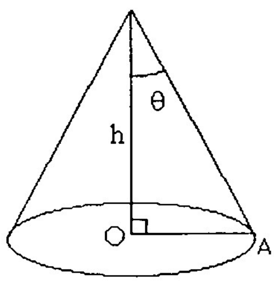


Fig.14

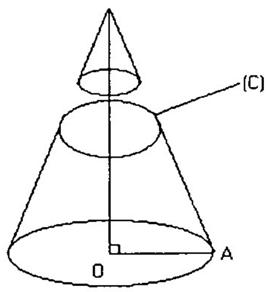


Fig. 15

1.2.1 Section simple

Coupons ce cône de façon parallèle au plan de base comme indiqué dans la figure ci-dessus (Fig.7).

Observation : le bord de cette section est le cercle (C).

1.2.2 Section géométrique

Coupons ce cône par un plan de coupe P_2 parallèle au plan de base P_1

(Cf. Fig. ci-contre).

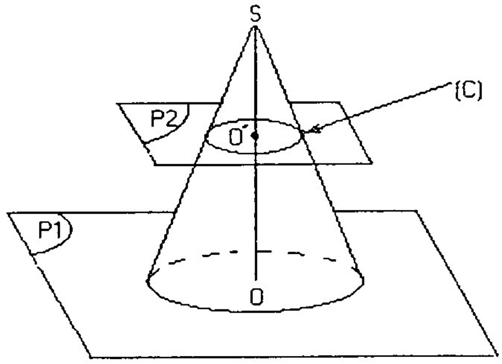


Fig. 16

a- Observation : le bord de cette section nous donne aussi un cercle(C) (cf. Fig. 17).

Calquons ce bord et faisons apposer sur un plan horizontal, on a la figure 17 ci-contre :

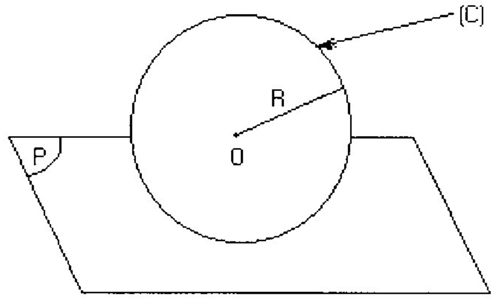


Fig. 17

b- Propriétés :

- En coupant un cône de révolution par un plan parallèle à la base, on obtient un disque de même forme que la base.
- La section est une réduction de la base.
- Le sommet S et les centres des bases sont alignés.

c- Tronc de cône

La section d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base mise en évidence :

- Le cône de révolution de sommet S et dont la base est le disque de centre O' et de rayon $O'A' = R'$.
- Le tronc de cône limité par les deux disques de centre O et de centre O'.

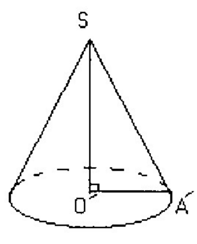


Fig. 18

Cône de révolution

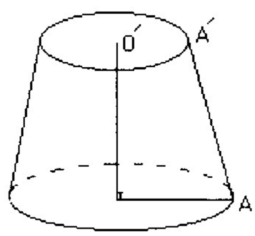


Fig. 19

Tronc de cône de révolution

d- Propriétés de révolution

Dans la figure ci-contre (Fig. 20) :

- (Γ) est le cône à une nappe de sommet S, de génératrice AS et de base D.
- (Γ') est le cône à une nappe de sommet S, de génératrice $A'S$ et de base D'.
- O est le centre du disque D et du celui du disque D'.

Si $SO' = k x SO$, où k est le coefficient de réduction.

Alors aire (D')= k^2 x aire (D)

Volume (Γ')= k^3 x volume (Γ).

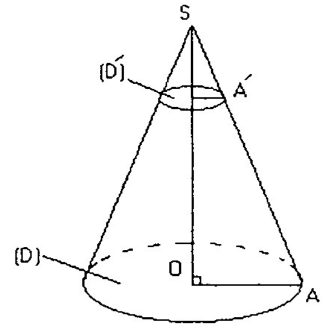


Fig. 20

Questionnement : Pourquoi en rester uniquement à ce stade de plan de coupe parallèle au cercle de base et en se suffisant des opérations plutôt calculatoires, alors qu'on pouvait obtenir les autres coniques propres par simples modifications de la direction du plan de coupe du cône ?

2. NOTIONS BASIQUES DES INSTRUMENTS DE CONSTRUCTION DES CONIQUES PROPRES : ELLIPSOGRAPHES, PARABOLIGRAPHE ET HYPERBOLIGRAPHE.

2.1 CONSTRUCTIONS D'UNE ELLIPSE DE FAÇON CONTINUE

2.1.1 Construction d'une ellipse par la courbe de papier

Exemple : Construire une ellipse de centre O, de sommet A et A' sur l'axe focal, de sommet B et B' sur le petit axe.

Voici l'algorithme correspondant :

1 Tracer l'axe focal.

2- Placer les points A et A' sur cet axe.

3- Placer le petit axe, médiatrice du segment [AA'] passant par O son intersection avec l'axe focal

- Placer sur ce petit axe le point B et B' pour former le segment [BB'] tel que [OB]= [OB']

- Mettre sur le petit axe le pont C tel que [OC] = [BC].

- Tracer le segment [CM]=a (rayon focal) passant par le D de segment [AA']tel que [DM]=[OB]=b (rayon de petit axe[BB'])

Faire déplacer la bande de papier de façon que le C reste constamment sur le petit axe [BB'] et que le point D reste sur le grand axe[AA'], le point M décrit une ellipse.

Figure correspondante (Cf. Fig. 21)

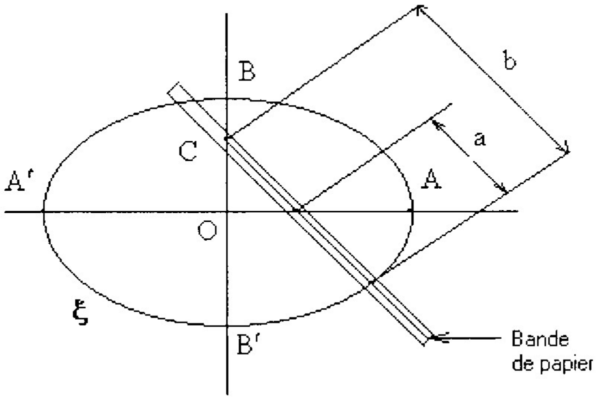


Fig. 21

2.2 CONSTRUCTION D'UNE ELLIPSE A L'AIDE DU PROCEDE DIT « DU JARDINIER ».

Exemple : Soit à construire à l'aide du procédé du jardinier une ellipse (ξ) de foyer F et F' .

Voici l'algorithme correspondant

1 – Sur un tableau noir ou sur une surface plane quelconque, placer en fixant sur ce plan les foyers F et F' .

2- Fixer par deux punaises en F et F' les extrémités d'une ficelle de longueur supérieure à la distance FF' .

3- En maintenant la ficelle constamment tendue par une craie, nous pouvons tracer avec celle-ci une courbe fermée nommée ellipse (Cf. Fig. 22).

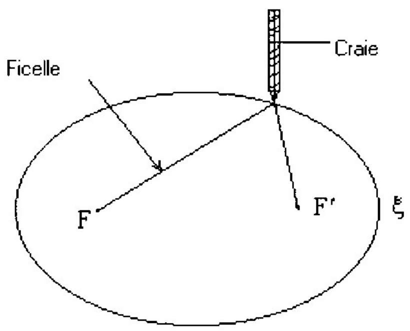


Fig. 22

2.3 CONSTRUCTION PAR MOUVEMENT

a- Cas de la parabole

Exemple : Construire la parabole (P) de foyer F, de sommet A et de directrice Δ.

Voici l'algorithme correspondant :

1. Sur une surface plane, fixer une règle dont l'axe yy' coïncide avec la directrice Δ de la parabole.
2. Sur cette règle, placer une équerre, de façon perpendiculaire à cette règle.
3. Prendre un fil de même longueur au côté perpendiculaire de la hauteur de cette équerre, en fixant une extrémité au foyer et l'autre extrémité au pont C de l'équerre.
4. Maintenir le fil constamment par une pointe traçante ne quittant pas le côté de l'équerre.
5. Faire glisser l'équerre contre la règle, la pointe trace un arc de la parabole cherchée.

Construction correspondante (Cf. Fig. 23) :

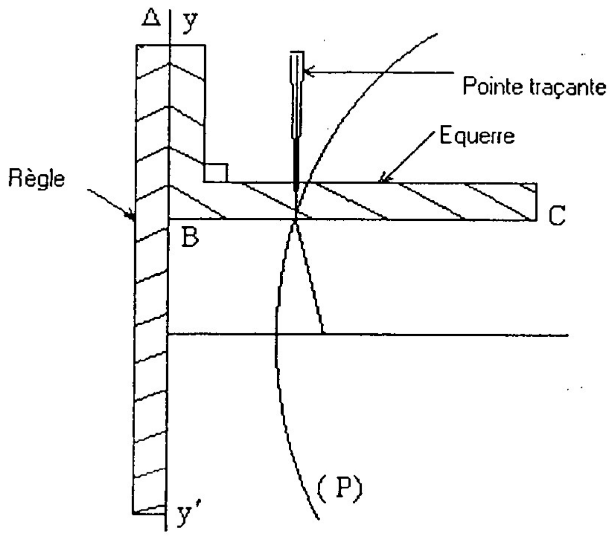


Fig. 23

a- Cas de l'hyperbole

Exemple : Construire un arc d'hyperbole (H) de centre O, de sommets A et A' et de foyers F et F'.

Voici l'algorithme correspondant :

1. Prendre une règle pouvant trouver autour d'un pivot fixé au foyer F' et un fil fixé à l'autre foyer F et en un pont G de la règle telle que la distance $F'G$ soit plus grande que 2c (distance focale) et que $F'G$(longueur du fil) = 2a (distance de sommets) avec longueur du fil = FM+MG où $M \in (H)$: hyperbole.

2. En faisant tourner la règle autour de F' et en tendant le fil avec une pointe traçante de façon qu'une partie du fil, soit constamment en contact avec la règle, on construit un arc d'hyperbole.

Figure correspondante (Cf. Fig. 24)

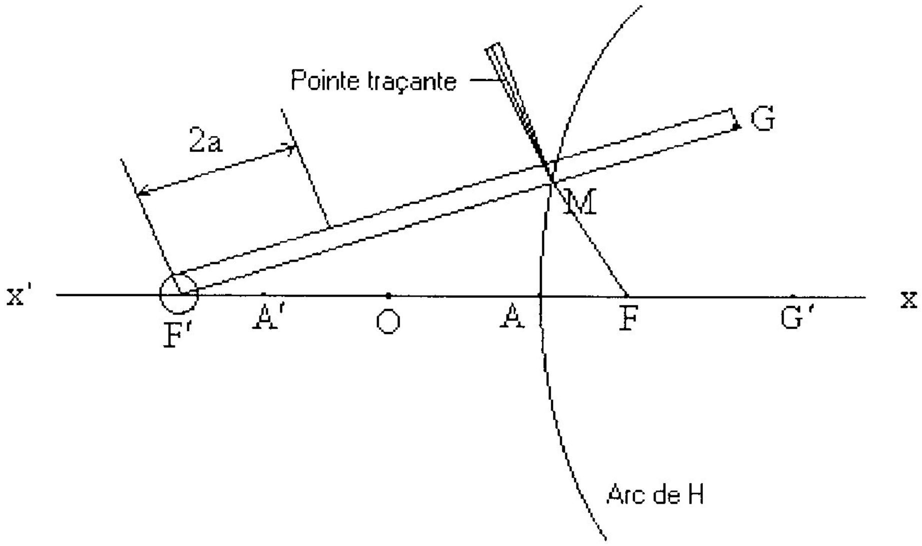


Fig. 24

2.4 LES ENJEUX DE L'APPRENTISSAGE DES CONSTRUCTIONS GEOMETRIQUES.

En effet, les études montrent que la géométrie, notamment l'apprentissage des constructions géométriques aurait plusieurs avantages par rapport au développement de la capacité intellectuelle de l'homme. Tout d'abord, l'apprentissage de la géométrie construit chez l'enfant l'intelligibilité ou la compréhension du monde sensible, ainsi que celle de l'intuition géométrique. Ainsi, les quatre fonctions admissibles en compétences citées ci-dessous jouent un rôle intéressant dans ces concepts. Voici alors ces quatre fonctions :

- **Fonction raisonnement ou compétence à raisonner**

Dans ce cas, c'est la connaissance rationnelle, c'est-à-dire la connaissance par le raisonnement, qui fonde la certitude non seulement parce qu'elle dit le vrai. Les démonstrations ou les exercices des constructions géométriques peuvent être l'occasion de rencontrer toutes sortes de raisonnements. Le cours de la géométrie en particulier les constructions géométriques au collège et au lycée nécessite relativement peu de pré-requis. Cet apprentissage permet donc d'approfondir ou de travailler différentes sortes de raisonnements à savoir : raisonnement par récurrence, raisonnement par disjonction de cas, raisonnements par condition nécessaire, par condition suffisante, par condition nécessaire et suffisante et raisonnement par l'absurde.

- **Fonction algorithmique ou compétence à utiliser l'algorithme pour réaliser une conique**

On trouve en géométrie, en particulier sur l'apprentissage des constructions géométriques de nombreux algorithmes. C'est-à-dire, beaucoup de problèmes peuvent se résoudre de façon algorithmique. Prenons comme exemple les différentes constructions géométriques figurant aux programmes scolaires de mathématiques au collège et au lycée.

Un exemple pour le collège :

Construire le patron d'un cône de révolution dont le rayon a du disque de base mesure 4cm et la hauteur $h=8\sqrt{2}$ cm.

Voici l'algorithme correspondant :

1. Calculer son rayon a.
2. Calculer son angle α.

   a- Placer trois points S, A, B tels que $A\hat{S}B=\alpha$ et SA=SB=a.

   b- Joindre par un compas de l'ouverture α° les points A et B pour former l'arc.

   c- Tracer le disque de base, de rayon a tangent à cet arc (Cf. Fig. 25).

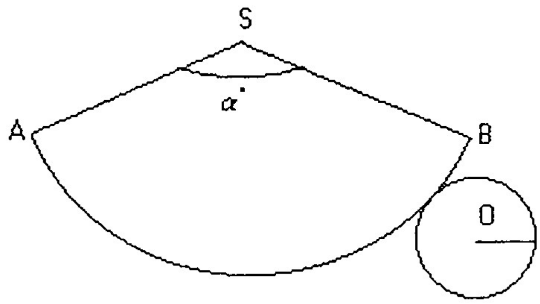


Fig. 25

Ceci nous permet de dire que la compétence à utiliser l'algorithme facilite la construction géométrique. Pour mieux avoir une bonne construction, il faut donc de fonctions algorithmiques.

- **Fonction psychologique préparant à la créativité**

La géométrie est un domaine des mathématiques qui incite la représentation mentale et l'intuition géométrique. Ce dernier tout en faisant apparaître les premiers éléments descriptifs formels qui sont de puissants outils techniques de démonstration. Ensuite, les exercices mentaux portant sur ces concepts contribuent au développement de l'intelligence intuitive et rationnelle de la nature. On sait aussi que, la connaissance mathématique personnelle résulte de l'émergence, au moyen d'activités avec d'autres, d'un univers mental où les notions mathématiques prennent sens. Il convient donc de s'intéresser aux mécanismes et aux schémas mentaux pour les apprenants.

- **Fonction automatisme**

On sait que, l'intuition mathématique est d'abord une intuition géométrique où l'on voit des objets, des propriétés des tracés où l'invention apparaît par des actes dynamiques de constructions. L'apprentissage de la géométrie pure développe la mémoire épisodique (connaissance née automatiquement à partir de la pratique de construction géométrique), l'image concrète, la culture et l'esprit d'ordre et la capacité informatique chez les apprenants.

Du point de vue mathématique, l'apprentissage des constructions géométriques s'avère très important, en particulier les quatre fonctions citées ci-dessus qu'il occupe à savoir surtout la fonction la fonction algorithmique (en vue de la réintroduction des constructions géométriques aux programmes scolaires de mathématiques au collège, en vue de l'intuition à la programmation informatique) et la fonction psychologique

CONCLUSION

Si dans la vie quotidienne, on entend souvent parler du mot ovale pour qualifier une table à contour elliptique : «c'est une table ovale», beaucoup pensent que ce mot est correct pour caractériser un objet ayant une forme géométrique plane ronde non circulaire. Par exemple, la plupart des gens considèrent que la table basse de salon ayant la forme elliptique non circulaire est ovale. Voilà un exemple concret d'erreur conceptuelle ! Seuls les gens qui ont déjà fréquenté une classe de niveau terminale scientifique sont conscient que la locution «table ovale» n'est pas correcte pour désigner une table elliptique, car une table n'est pas spatiale, mais plutôt plane! Donc le mot ovale s'emploie spécifiquement pour un objet spatial qui a une forme de « ballon de Rugby ou d'un œuf » : le ballon de Rugby est effectivement ovale !

Dorénavant, il conviendrait de mettre à côté le mot ovale, mais il faut plutôt prendre le mot « Ellipse » pour être correct. Ceci illustre l'intérêt d'introduire par soucis d'équité et de l'Education Pour Tous (EPT) les concepts des coniques (ellipse, parabole, hyperbole). Ces connaissances basiques doivent ainsi être exigibles aux jeunes sortants de l'éducation fondamentale (collège). Il ne s'agit pas de noyer les jeunes esprits dans l'abstraction de l'analytique pour caractériser les coniques, mais il suffit juste de les sensibiliser sur «ce que sont les coniques» en tant qu'objets géométriques, sur «comment obtenir les coniques mécaniquement à partir d'un cône de révolution ? ou géométriquement à partir d'une règle et d'un compas ? ou à partir des outils tels les instruments que nous dénommons l'*ellipsographe*, l'*hyperboligraphe,* le *paraboligraphe* permettant d'obtenir respectivement une ellipse, une hyperbole et une parabole, construits sous notre propre direction par Mahasitra [7] et Bemarisika Parfait[2]. Ces trois instruments méritent d'ailleurs d'être vulgarisés en respectant le droit de l'équipe qui en ont construit les prototypes.

Toutes les constructions que nous avons vues dans cette partie sont faisables au collège, notamment en quatrième et en troisième, sauf la construction par points pour le cas de l'ellipse. Vu cette faisabilité, il s'avère donc logique d'adopter une approche épistémologique de l'enseignement de la géométrie en particulier l'enseignement des coniques dès au collège.

Ensuite, l'introduction de ces concepts dès le collège devient ainsi une gage de la continuité du programme scolaire en préparant ainsi l'image mentale des coniques propres introduites analytiquement et de façon plus abstraite et approfondie dans son enseignement au lycée. C'est en contradictoire avec le but de l'Education Pour Tous (EPT).

Pour terminer, comme instruction destinée aux enseignants du collège, nous proposons la suivante :

Il serait souhaitable de commencer par des activités de manipulation, d'observation, de classification des courbes contours et des sections planes obtenues : courbes fermées «ovales», courbes ouvertes isolées, paires de courbes ouvertes, etc. Notons que classifier des objets constitue une activité bien mathématique, car il s'agit d'une mise en acte de l'étude de la relation d'équivalence « ressembler à » ou «être homothétique à».

Les coniques ne seront définies que d'une manière intuitive par le célèbre théorème de Dandelin « *La section d'une surface conique de révolution par un plan ne passant pas par le sommet du cône est une conique* » :

(i) Toute courbe fermée constituant le contour d'une section plane d'un cône droit de base circulaire par un plan ne passant pas par le sommet du cône et orthogonal à l'axe du cône de révolution est appelée **une ellipse** (cf. Fig. 1 & 2). Un cercle est une ellipse particulière.

(ii) Toute courbe ouverte constituant le contour d'une section plane d'un cône de révolution par un plan ne passant pas par le sommet du cône et parallèle à une génératrice est appelée **une parabole** (Fig. 3 et Fig. 6).

(iii) Toute paire de courbes ouvertes obtenues constituant les contours respectifs des sections planes d'un cône de révolution à deux nappes par un plan ne passant pas par le sommet du cône et coupant le cône selon deux génératrices est appelée **une hyperbole** (Fig. 4 et Fig.7).

Bibliographie

BAYARD, C. & *al.* Voir et raisonner : à la conquête de l'espace au collège. *Repères* – Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, 1998, Volume 33 , p. 19-36.

BEMARISIKA, P. *Faisabilité de l'introduction précoce des coniques propres*, Mémoire de CAPEN, Université d'Antsiranana, Madagascar : Ecole Normale Supérieure pour l'Enseignement Technique (ENSET), 2004.

BKOUCHE, R. Quelques remarques sur l'enseignement de la géométrie. *Repères* –Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, 1998, Volume 26, p.49-71.

BKOUCHE, R. CHARLOT, B., ROUCHE, R., *Faire des mathématiques : le plaisir du sens*, Paris : édition Armand Colin, 1998, Coll. Bibliothèque européenne des sciences de l'éducation.

BOLL, M. Les instruments divins et la quadrature du cercle, *Histoire des mathématiques*, Paris : éditions PUF, 1963, Coll. Que sais-je ? Le point des connaissances actuelles, n°42.

BONAFÉ, F. SAUTER, M. Enseigner la géométrie dans l'espace. *Repères* –Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, 1998, Volume 33, p.5-18.

BRUTER, C. P. *Comprendre les mathématiques. Les 10 notions fondamentales*. Paris : édition Odile JACOB, 1996.

MAHASITRA. *A propos des coniques : aspects géométriques et pratiques, aspects algébriques et quadriques, réflexion sur son enseignement au collège et au lycée, du compas aux ellipsographe et hyperboligraphe*, Mémoire de CAPEN, Université d'Antsiranana, Madagascar : Ecole Normale Supérieure pour l'Enseignement Technique (ENSET), 2003.

VINNER, S. The role of definitions in the teaching and learning of mathematics, *in* D. TALL (Ed). *Advanced mathematical thinking.* Science Education Department, University of Warwick, 1991, Volume 11, p. 65-81, Dordrecht/Boston/London : Kluwer Academic Publishers.

THUIZAT, A., GIRAULT G., ASPEELE E., VOILQUIN M. *Mathématiques Classes Terminales E T.3 : Géométrie descriptive*, Paris : édit° Technique et vulgarisation, 1992, p. 283-405, Coll. Durandeau,

****

ANNEXE

EXTRAIT DU LIVRE DE PROGRAMME OFFICIEL EN VIGUEUR DEPUIS 1999 : OBJECTIFS DE L'APPRENTISSAGE DES MATHEMATIQUES AU COLLEGE.

A la sortie du collège, l'élève doit être capable de :

1. mettre en équation des problèmes simples de la vie courante ;
2. résoudre des problèmes qui font intervenir des équations et des inéquations du premier degré à une ou deux inconnues réelles ;
3. utiliser des propriétés et des règles de priorité des opérations pour effectuer des calculs et pour comparer des nombres réels ;
4. présenter des données statistiques sous forme de tableaux et sous forme de graphiques et en calculer la moyenne ;
5. construire toutes les figures géométriques de base;
6. utiliser des propriétés des configurations géométriques de base et celles des transformations (translation, homothétie, symétrie orthogonale, symétrie centrale) pour justifier des propriétés de figures simples ;
7. utiliser les vecteurs du plan et les opérations sur les vecteurs pour interpréter et démontrer des propriétés géométriques simples ;
8. décrire et représenter des objets de formes géométriques usuelles (du plan et de l'espace), préciser leurs propriétés et calculer des grandeurs qui leur sont attachées (longueur, aire, volume) ;
9. construire un patron d'un solide usuel afin de réaliser ce solide ;
10. faire des calculs analytiques dans le plan pour des problèmes de distance, de parallélisme et d'orthogonalité.