

Débruitage d'une image par la transformée Ridgelet

Raminoson T., Ralaivao H. H., Randriamitantsoa P.A.

Laboratoire de Recherche en Télécommunication, Automatique, Signal et Images (LR-TASI)
Equipe d'Accueil Doctorale Télécommunication, Automatique, Signal et Images (EAD-TASI)
Ecole Doctorale en Sciences et Techniques de l'Ingénierie et de l'Innovation (ED-STII)
Université d'Antananarivo
BP 1500, Ankatso – Antananarivo 101 – Madagascar

raminoson@gmail.com, haja.rakotovao@gmail.com, rpauguste@gmail.com

Résumé

Dans cet article, nous avons étudié une hypothèse concernant la nouvelle base de la transformée Ridgelet, qui a été lancée par Emmanuel Candes. Cette transformation permet théoriquement de représenter efficacement les ruptures rectilignes dans une image et les informations primordiales pour l'analyse de l'image. Dans ce cadre, nous proposons une Transformée Ridgelet Discrète, basée sur la construction d'objets analytiques discrets dans le domaine de Fourier pour calculer la transformée de Radon discrète. La transformée est obtenue par une transformée en ondelette 1D de toutes les projections de l'image contenues dans la transformée de Radon discrète. Une étude applicative a été menée pour le débruitage d'images.

Mots clés : Transformée Ridgelet, Transformée de Radon, Débruitage d'une image, Contour

Abstract

In this paper, we investigated a hypothesis concerning the new Ridgelet basis, which was pioneered by Emmanuel Candes. This transform allows to represent effectively the rectilinear breaks in an image, essential informations for image analysis. We propose Discrete Analytical Ridgelet Transform (DART), based on the construction of discrete analytical objects in the Fourier domain to calculate the discrete Radon transform. The DART is obtained by a 1D wavelet transform of all the image projections contained in the discrete Radon transform. Our transform is used for images denoising.

Keywords : Ridgelet transform, Radon transform, Image denoising, Edge

1. Introduction

Lorsque nous capturons ou transmettons une image numérique d'un objet, nous perdons parfois une fraction des pixels due au bruit

ou aux erreurs. Il est donc intéressant de développer des méthodes qui peuvent reconstruire l'image originale.

Dans notre cas, nous avons étudié dans cet article une nouvelle transformation mathématique, la transformée ridgelet, qui a été lancée par le Dr Emmanuel Candes [1]. C'est une amélioration de la transformée en ondelette, et a un grand potentiel dans la compression d'image, débruitage et les applications numériques de dimensions supérieures en traitement du signal. La transformée ridgelet présente aussi l'avantage en mettant en évidence les détails géométriques. Comme dans les applications de débruitage d'image, les contours de l'image seront détectés. En effet, l'information la plus importante contenue dans une image se trouve aux frontières des différentes régions d'intensités, et dans de nombreuses applications, la détection de ces contours permet de sortir les contenus de l'image.

En outre, la transformée ridgelet prend également en charge l'imagerie multi-échelle. Cela signifie qu'il peut être appliqué avec différents paramètres pour afficher les données aux différentes résolutions. Souvent, on s'intéresse à chercher les tendances générales dans un ensemble de données, mais on veut aussi maintenir les fluctuations locales en perspective.

2. Transformée Ridgelet continue

L'extension au cas des images (2D) des ondelettes ne fait qu'utiliser le principe de séparabilité avec une même ondelette 1D en filtrant horizontalement puis verticalement. L'analyse de l'image se fait alors suivant trois directions principales (horizontale, verticale et oblique). Le contenu d'une image ne se limitant pas seulement à ces trois directions, il est aisé de comprendre le besoin de disposer d'outils gardant les avantages de l'analyse multirésolution proposés par les ondelettes et incorporant la notion de directionnalité de manière plus fine. D'où la création d'une nouvelle transformée plus générale prenant en compte ces besoins : la transformée ridgelet. Les fonctions ridgelet $\psi_{a,b,\theta}$ sont définies de la même manière que les ondelettes mais en ajoutant la notion d'orientation (contrôlée par le paramètre θ)

$$\psi_{a,b,\theta} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$\psi_{a,b,\theta} = a^{-1/2} \psi \left(\frac{x_1 \cos \theta + x_2 \sin \theta - b}{a} \right)$$

Donc $\psi_{a,b,\theta}$ est constante suivant les lignes $x_1 \cos \theta + x_2 \sin \theta = cste$ et est une ondelette ψ dans le sens transverse de ces lignes.

Définition :

Soit une fonction $f(x_1, x_2)$. Les coefficients de sa transformée ridgelet sont donnés par

$$\begin{aligned} & \mathcal{R}_f(a, b, \theta) \\ &= \int \psi_{a,b,\theta}^*(x_1, x_2) f(x_1, x_2) dx_1 dx_2 = \\ & \langle f, \psi_{a,b,\theta} \rangle \end{aligned}$$

La formule de reconstruction est donnée par

$$f(x_1, x_2) = \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} \mathcal{R}_f(a, b, \theta) \psi_{a,b,\theta}(x) \frac{da}{a^3} db \frac{d\theta}{4\pi}$$

3. Transformée ridgelet et transformée de Radon

Nous commençons par rappeler la définition de la transformée de Radon.

La transformée de Radon a été établie en 1917 par Johann Radon. Elle permet de mettre en évidence les formes linéaires d'un objet 2-D dans une image en intégrant l'intensité de l'image selon toutes les droites possibles de l'image variant d'un angle θ (figure 1)

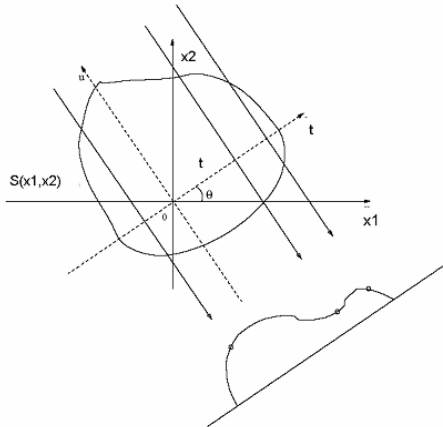


Figure 1 : Principe de l'intégration directionnelle associée à la transformée de Radon

Définition :

Transformée de Radon. Soit une fonction $f(x_1, x_2)$. Pour $(\theta, t) \in [0, 2\pi] \times \mathbb{R}$, la transformée de Radon de f est donnée par

$$\mathcal{R}_f(\theta, t) = \int_{\mathbb{R}^2} f(x_1, x_2) \delta(x_1 \cos\theta + x_2 \sin\theta - t) dx_1 dx_2$$

La transformée ridgelet peut s'exprimer à partir de la transformée de Radon. Pour cela il suffit de remplacer l'expression de $\psi_{a,b,\theta}$ dans (02). On obtient alors

$$\mathcal{R}_f(a, b, \theta) = \int \mathcal{R}_f(\theta, t) \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt$$

autrement dit, la transformée ridgelet est obtenue par une transformée en ondelette 1D des lignes ($\theta = \text{cste}$) de la transformée de Radon de l'image.

L'une des méthodes pour calculer la transformée de Radon est d'utiliser le théorème de projection des coupes : on calcule la transformée de Fourier 2D de l'image, on transforme cette image sur une grille cartésienne en une image en coordonnées polaires (droites passant par les fréquences nulles avec différentes orientations) puis on applique une transformée de Fourier inverse 1D sur chacune des lignes (pour $\theta = \text{cste}$). Il ne reste ensuite qu'à ajouter une transformée en ondelette 1D suivant ces mêmes lignes pour obtenir la transformée ridgelet, voir figure (2).

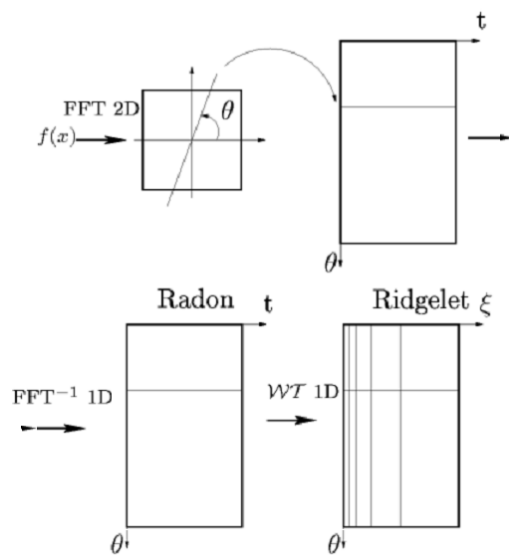


Figure 2 : Construction de la transformée ridgelet

3. Transformée Ridgelet discrète et la reconstruction d'une image par la transformée Ridgelet

Comme nous avons vu, la transformée ridgelet discrète est alors calculée en quatre étapes :

- le calcul de la transformée de fourrier discrète 2D de l'image (TFD 2D)
- la conversion des données cartésiennes en polaires (Radon)
- l'application de la transformée de fourrier inverse 1D (TFID 1D) pour chaque ligne ayant une direction paramétrée par l'angle θ
- et la transformée en ondelette discrète en 1D (DWT 1D)

Et la reconstruction d'une image par la transformée ridgelet suit alors les étapes inverses des précédents.

4. Application numérique

La procédure de débruitage par transformée Ridgelet consiste en un simple seuillage des coefficients Ridgelet et par le calcul de la transformée inverse. Le seuillage est effectué à partir d'une méthode non-décimée développée dans le cadre des décompositions ondelettes. La redondance de la décomposition en ondelettes réduit les artefacts qui apparaissent après l'opération de seuillage.

Nous utilisons une opération de seuillage de type dur, c'est-à-dire, mise à zéro des coefficients inférieurs à un seuil et conservation des autres. Et avec un seuil α qui peut être défini par

$$\alpha = \sigma\sqrt{2\log(N)} \text{ avec } N = p^2 \text{ pixels.}$$

Pour l'estimation du niveau de bruit σ , nous considérons que ce niveau dépend de l'index de projection et est estimé en utilisant la valeur médiane absolue des coefficients d'ondelettes de la première échelle pour chaque projection radiale. Nous reprenons ici l'approche classique de débruitage par ondelettes développée pour le signaux 1-D.

La figure (3) nous montre les valeurs de PSNR obtenues après les deux transformées : ondelette et ridgelet.

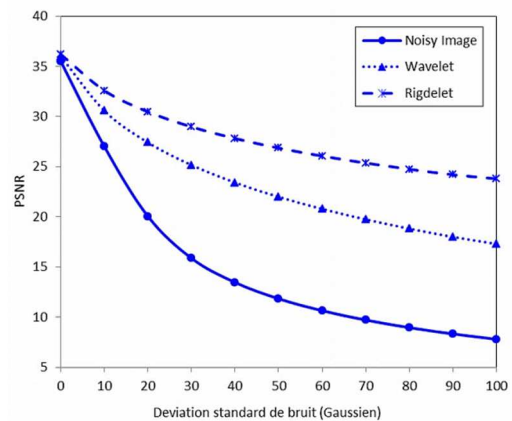


Figure 3 : PSNR des deux débruitages par les transformées ondelette et ridgelet en fonctions des degrés de bruit gaussien

Cette figure nous confirme que les images obtenues par le débruitage par transformée ridgelet sont plus proches des images

origines que celles par transformée en ondelette.

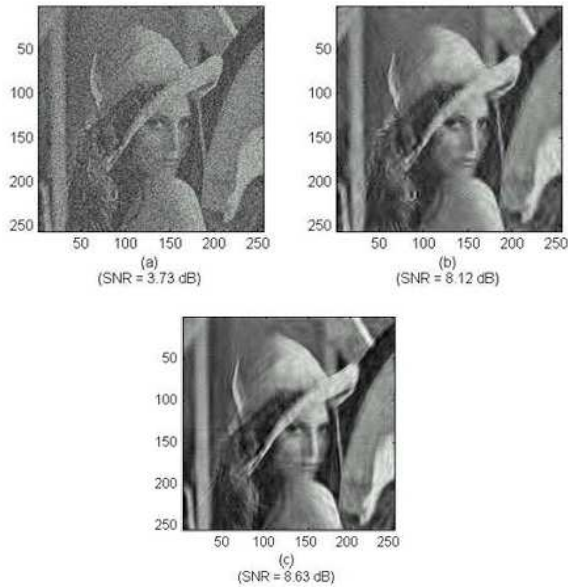


Figure 3 : Lena (a) Image bruitée (b) Résultat de la transformée ondelette (c) Résultat de la transformée ridglet

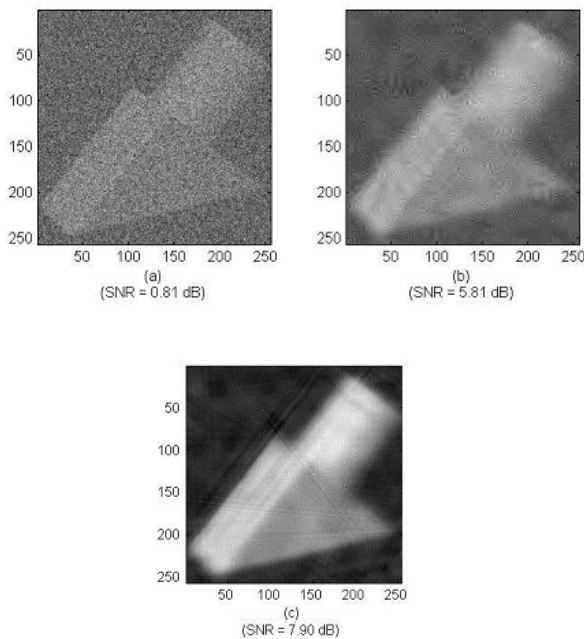


Figure 4 : Arrow (a) Image bruitée (b) Résultat de la transformée ondelette (c) Résultat de la transformée ridglet

Et les figures (4) et (5) montrent l'image bruitée et les images par les deux

reconstructions par la transformée en ondelette et par la transformée ridgelet : la transformée ridgelet obtient un résultat supérieur à la transformée en ondelette.

5. Conclusion

Nous avons présenté durant ce travail une transformée de débruitage d'une image. Le débruitage avec la transformée ridgelet obtient les résultats très encourageants : les images reconstruites sont perpétuellement correctes et contrairement à une décomposition en ondelette, nous conservons les contours des images sans faire apparaître de points parasites. Les résultats peuvent être encore améliorés par le choix de fonction d'ondelette utilisée ou par le changement de seuil. La transformée curvelet, qui utilise la transformée ridgelet des images décomposés par niveau de structure, est aussi proposée pour l'amélioration des résultats.

6. Référence

- [1] E. Candes « *Ridgelets : Theory and Applications* », PhD Thesis, University of Stanford, 1998
- [2] E. Candes « *Monoscale ridgelets for the representation of images with edges* », Department of Statistics, University of Stanford

- [3] E. Candes, D.L. Donoho, J.L. Starck « *The curvelet transform for image denoising* », Article IEEE transactions on image processing, 2002
- [4] D.L. Donoho, A.G. Flesia « *Digital ridgelet transform based on true ridge functions* », Article Beyond Wavelets, Academic Press, 2001
- [5] D. Helbert, P. Carré, E. Andres « *La transformée Ridgelet analytique discrète 3D* », Article Laboratoire IRCOM-SIC UMR CNRS 6625, Université de Poitiers
- [6] G. Jérôme, « *Décomposition et détection de structures géométriques en imagerie* », Thèse de Doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2006
- [7] N. Minh Do, V. Martin « *The finite ridgelet transform for image representation* », Article IEEE transactions on image processing, 2002
- [8] L. Po-Shen « *Image reconstruction with ridgelets* », Article, 2013
- [9] C. Philippe, « *Construction et analyse de transformées discrètes en ondelettes : spécificité de l'image et de la couleur* », HDR, Université de Poitiers, 2011
- [10] N Radhika, T. Antony « *Image denoising techniques preserving edges* », Article ACEEE Int. J. on Information Technology, Vol. 01, No. 02, Sep 2011
- [11] A. Umaamaheshvari, K. Thanushkodi « *Digital image watermarking based on independent component analysis and ridgelet transform* », Article IJCNS International Journal of Computer Science and Network Security, 2011