PHYSIQUE D'UN MOBILE D'INERTIE PROPRE VARIABLE

PAR

Gérard VASSAILS

(Laboratoire de Physique)

RÉSUMÉ

Cette étude se borne à l'échange isotrope (thermique) d'énergie ou d'inertie par le mobile. Pour bien dégager dans le formalisme les transferts réels d'énergie, elle est faite d'abord sur la base de la mécanique classique, ensuite seulement en relativité restreinte einsteinienne. Si l'échangeur ainsi que le réservoir d'énergie sont immobiles, l'échange est mesuré en relativité par $\delta Q_0 = c^2\, dm_0$; si l'échangeur se meut à la vitesse $\vec{v}$, il est mesuré usuellement depuis Planck par $\delta Q = \alpha\, \delta Q_0$, $\alpha = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$; R. Marchal proposait récemment $\delta Q = \frac{\delta Q_0}{\alpha}$. Les résultats établis dans ce travail sont les suivants : l'option de Planck ne saurait mesurer un transfert réel que si $\delta Q > 0$, l'autre option que si $\delta Q < 0$; ni l'une ni l'autre ne mesure un transfert purement isotrope car dans chacune δQ englobe une perte d'énergie cinétique anisotrope ; la mesure du transfert isotrope pur est l'invariant δQ_0.

ABSTRACT

This work limits itself to the study of isotropic (thermic) exchanges of inertia or energy of a moving body. The determination, in mathematical terms, of actual energy or inertia transfers was first done within the classical mechanics framework, only after, was this done for Einstein's relativity theory. If an energy transfer involves a static body with its equally static environment, it is measured for the theory of relativity, by $\delta Q_0 = c^2\, dm_0$; if the body has a velocity $\vec{v}$, it will usually be measured using Planck's formula $\delta Q = \alpha\, \delta Q_0$, $\alpha = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$; this, R. Marchal recently replaced with $\delta Q = \frac{\delta Q_0}{\alpha}$. The results of this study are as follows : Planck's formula will measure an actual transfer only if $\delta Q > 0$, while the other one will, only if $\delta Q < 0$; neither one can measure a solely isotropic transfer because for each one, δQ includes a loss of kinetic anisotropic energy ; the measure of the purely isotropic transfer is the invariant δQ_0.

COEXISTENCE ET INTERACTION

Le cas du mobile d'inertie propre variable n'est habituellement pas traité dans les ouvrages didactiques de mécanique, classique ou einsteinienne, tout au moins dans l'exposé général de la cinétique et de la dynamique, où la constance de l'inertie des mobiles va tellement de soi qu'on omet de l'énoncer comme une condition expresse de la vérité de nombreuses formules usuelles. Ce n'est que dans les applications, avec la fusée, qu'un mobile d'inertie variable fait une apparition, généralement courte. Pourtant, son étude de principe non seulement s'avère indispensable pour restituer aux concepts mécaniques tout leur développement mais, en relativité einsteinienne, elle fait partie aussi des fondements de la thermodynamique. Avant de l'aborder, je préciserai un point de méthode et conséquemment de langage en mécanique.

Une opposition essentielle dans cette science est celle de la cinématique et de la dynamique. La première s'en tient aux relations géométriques et chronométriques, c'est-à-dire aux simples relations de *coexistence* des objets, processus ou phénomènes, tandis que la seconde est la science de leur action réciproque, de leur intéraction pour autant que celle-ci modifie leurs mouvements. L'opposition est dialectique, en ce sens que les notions de coexistence (pure) et d'intéraction s'excluent mutuellement tout en s'impliquant l'une l'autre. En effet, pas d'intéraction sans coexistence et même sans conditions précises de coexistence : deux événements ne peuvent s'influencer mutuellement, en relativité einsteinienne, que si leur intervalle est du genre temps, cette influence n'est dynamique que si elle se manifeste par des changements cinématiques, enfin ceux-ci doivent se définir par rapport à des référentiels particuliers, galiléens, pour que les lois de la dynamique puissent se formuler. Réciproquement, pas d'expression des lois de la coexistence sans intéractions, puisque cette expression exige des référentiels et que chacun est constitué (abstraitement parlant) d'un ensemble de points matériels (quatre au moins) nécessairement en intéraction les uns avec les autres puisqu'ils doivent former un solide immuable. Ainsi, quand on creuse la notion de la coexistence, la cinématique, on trouve dans son contenu même la notion de l'intéraction, la dynamique, et vice versa. Le principal postulat de la relativité einsteinienne illustre bien cette implication réciproque : en posant l'existence d'une vitesse maximum de propagation des intéractions, il appartient plutôt à la dynamique, mais en parlant d'une vitesse et en posant son isotropie et son invariance c'est de la cinématique qu'il relève. En somme, coexistence et intéraction sont les deux pôles inséparables d'un même concept, celui du mouvement mécanique. Mais opposés, ce qui interdit, sous peine de sombrer dans la confusion, de les identifier : deux mobiles donnés ou bien intéragissent ou bien non et alors leur rapport est de simple coexistence.

Une autre discrimination nécessaire, en relativité classique comme einsteinienne, est celle des grandeurs essentielles et des grandeurs inessentielles. L'usage distingue seulement les invariantes et les variantes : c'est un point de vue strictement quantitatif et par là superficiel. L'opposition physique n'est pas là. Certaines grandeurs en effet, dont le prototype est la vitesse, peuvent être annulées et par conséquent inversées de sens (si elles s'y prêtent) par un simple changement de référentiel ; cela signifie que la *qualité* physique est susceptible de se trouver annihilée ou transformée en son opposée dans le nouveau repère des relations de coexistence, donc aussi d'être créée par retour à l'ancien. Ce sont ces grandeurs que je qualifierai d'inessentielles. Les autres, les essentielles, au contraire, ne peuvent pas être annulées ni par conséquent inversées de sens (s'il y a lieu) par un changement du repère : la qualité physique est donc absolue dans ce cas et la variance de ces grandeurs, leur relativité reste purement quantitative. Manifestement, elles appartiennent à un niveau de réalité physique plus profond que les premières. Quant aux grandeurs invariantes, elles font évidemment partie des essentielles, avec cette particularité de ne même pas présenter de variance quantitative. On trouve des grandeurs essentielles — sans parler des invariantes, bien connues — aux trois stades de la mécanique : par exemple, en cinématique einsteinienne l'intervalle de temps entre deux événements ponctuels **M** et **N** (1) formant un vecteur du genre temps et la mesure du segment **MN** quand le vecteur est du genre espace, en cinétique l'inertie relative, en dynamique la force etc. Parmi les grandeurs inessentielles, certaine n'expriment rien d'autre que le changement du repère, elles ne sont en rapport avec aucune intéraction ni, plus généralement, avec aucun échange d'énergie. Je les appellerai grandeurs de mouvement apparent : plusieurs exemples s'en présenteront par la suite. Non seulement elles appartiennent au domaine de la coexistence, à la cinématique (même si elles sont cinétiques) mais pour ainsi dire à la couche la plus superficielle de ce domaine, à l'apparence. Elles sont aux antipodes des grandeurs invariantes.

(1) Les lettres en caractères gras se rapportent à l'espace-temps.

Une intéraction est un processus physique, un mode d'échange de l'énergie et comme telle ne saurait se réduire à une forme de coexistence. Effectivement, aucun changement de référentiel ne peut ni annihiler ni créer une intéraction, ni la convertir d'attractive en répulsive ou vice versa. Il en résulte que les grandeurs qui lui sont inhérentes, au premier chef sa force (son énergie potentielle quand il y a lieu) et les grandeurs comme la masse gravitationnelle, la charge électrique etc... qui déterminent la force doivent, nécessairement, être essentielles. C'est pourquoi il importe de distinguer avec rigueur la force et la quantité d'accélération ou *accélérifère* (1) $\vec{q} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ dérivée temporelle de l'impulsion $\vec{p} = m\vec{v}$, et d'éviter l'emploi encore fréquent d'expressions comme force centrifuge, force de Coriolis, force d'inertie au lieu d'accélérifère de Coriolis etc... cela parce que, contrairement à la force d'une intéraction, ces grandeurs sont non seulement inessentielles mais de mouvement apparent. Les postulats fondamentaux de la dynamique classique peuvent en effet se résumer dans les relations suivantes représentant l'intéraction de deux points matériels M et M_1 :

$$\vec{q} = F\vec{k}\ ;\ \vec{q}_1 = F\vec{k}_1 \qquad (1)$$

où $\vec{k}$ et $\vec{k}_1$ sont unitaires, d'origines respectives M et M_1, colinéaires à la droite MM_1 et orientés vers l'extérieur du segment MM_1. Ces énoncés (1) demandent cependant les précisions suivantes pour être vrais : les mouvements de M et M_1 sont rapportés à un genre de référentiel privilégié, galiléen, tel que, par définition, tout accélérifère y manifeste une intéraction (s'annule en particulier avec la force de celle-ci) référentiels dont l'existence physique procède d'un postulat (vérifié approximativement par l'expérience) ; $\vec{q}$ et $\vec{q}_1$ sont simultanées ; enfin M *et* M_1 *ont des inerties propres constantes :* cette dernière clause, si les deux autres sont banales, est le plus souvent omise. Les relations (1) avec lesdites précisions demeurent vraies en dynamique einsteinienne mais sous les conditions suivantes : M et M_1 doivent être tous deux durablement au repos (intéraction statique) ou animés de faibles

(1) Néologisme proposé par l'auteur.

vitesses (intéraction quasi-statique) ou l'un durablement au repos et l'autre mobile (intéraction hémistatique) mais dans ce cas (1) s'applique seulement au point mobile. Reste encore à définir la force F.

La valeur algébrique de $\vec{q}$ par rapport à $\vec{k}$ est déterminée par une fonction F, caractéristique de la nature spécifique de l'intéraction, de diverses variables qui sont en général la distance r de M et M_1, certaines grandeurs physiques inhérentes aux deux mobiles, d'autres inhérentes au milieu qui les environne, enfin leurs vitesses. C'est cette fonction de ces variables qui est la force de l'intéraction et, quand r est la seule variable, la primitive (changée de signe) de cette fonction qui en est l'énergie potentielle. La force est présentée ici comme un scalaire. Certes, le traditionnel vecteur force est un artifice mathématique utile lorsque M est en intéraction avec plusieurs points M_i à la fois, auquel cas on abrège en posant $\vec{F} = \sum_i F_i \vec{k}_i$, mais le contenu géométrique de $\vec{F}$ relève comme tel de la coexistence et non de l'intéraction de sorte que son contenu spécifiquement dynamique est bien représenté par les scalaires F_i.

En relativité classique la force est invariante. La loi de variance de l'accélirifère au passage d'un référentiel d'inertie K où il vaut $\vec{q}$ à un référentiel K' quelconque où il vaut $\vec{q}'$ peut s'écrire :

$$\vec{q}' = \vec{q}'_d + \vec{q}'_a \; ; \vec{q}'_d = \vec{q}$$

$\vec{q}'_a$ totalisant les accélérifères d'entraînement, de Coriolis etc. est une grandeur de mouvement apparent, $\vec{q}'_d = \vec{q}$ au contraire une grandeur invariante. Puisque K est d'inertie, on doit avoir $\vec{q}'_d = F\vec{k}$ ou plus généralement $\vec{q}'_d = \vec{F}$ de sorte que (2) s'écrit :

$$\vec{q}' = \vec{F} + \vec{q}'_a \qquad (2\ bis)$$

En relativité restreinte einsteinienne, l'essentialité de la force est tout aussi patente, à condition de la définir convenablement. La loi de variance d'un accélérifère s'écrit (lorsque K et K' ont leurs axes parallèles et leur commune origine horaire est l'heure de la coïncidence de leurs origines spatiales)

$$\frac{\vec{q}'}{\alpha'} = \frac{1}{\alpha}\left\{ \vec{q} + \vec{u}\left[\left(\frac{1}{\alpha_0} - 1\right)\frac{\vec{u}.\vec{q}}{u^2} - \frac{1}{\alpha_0}\frac{dm}{dt} \right] \right. \qquad (3)$$

($\vec{u}$ vitesse de K' par rapport à K, $\alpha_0 = \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$, $\vec{v}$ vitesse du mobile dans K, $\alpha = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, m inertie relative dans K, $\vec{v}'$ vitesse dans K', $\alpha' = \sqrt{1 - \frac{v'^2}{c^2}}$).

Or en posant $\vec{q} = q\,\vec{k}$, $\vec{k}$ unitaire et en opérant diverses substitutions (3) se met sous la forme

$$\vec{q}' = \frac{q}{\alpha_0}\left[\vec{k}'_1 + \frac{1}{c^2}\vec{v}' \times (\vec{k}' \times \vec{u}) \right] \qquad (4)$$

où $\vec{k}'_1$ est le vecteur géométrique transformé de $\vec{k}$ et $\vec{k}'$ est le transformé de $\vec{k}$ lorsque celui-ci est géométrique (un vecteur géométrique est la composante spatiale $\vec{AB}$ d'un vecteur **AB** dont les extrémités sont simultanées). (4) établit que, comme dans (2), $\vec{q}'$ se compose d'une partie essentielle et d'une inessentielle :

$$\begin{cases} \vec{q}' = \vec{q}'_d + \vec{q}'_a \\ \vec{q}'_d = \dfrac{q}{\alpha_0}\vec{k}'_1 \\ \vec{q}'_a = \dfrac{q}{\alpha_0 c^2}\vec{v}' \times (\vec{k}' \times \vec{u}) \end{cases}$$

Plaçons-nous dans le cas où la relation $\vec{q} = F\vec{k}$ est applicable, dans K, au mobile M. Alors $\vec{q} = \vec{F}$ et

$$\begin{cases} \vec{q}'_d = \dfrac{F}{\alpha_0}\vec{k}'_1 \\ \vec{q}'_a = \dfrac{F}{\alpha_0 c^2}\vec{v}' \times (\vec{k}' \times \vec{u}) \end{cases} \qquad (5)$$

Que vaut la force de l'intéraction dans K' ? Conformément à la méthode adoptée, seule la partie essentielle de $\vec{q}'$, doit fonder sa définition. Nous poserons donc

$$F'\vec{l}' = \vec{q}'_d,\ \vec{l}' \text{ unitaire.}$$

φ désignant l'angle de $\vec{k}$ avec $\vec{u}$, la loi de variance de la force s'écrit alors

$$F' = \frac{F}{\alpha_0}\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}\cos^2\varphi} \qquad (6)$$

loi que l'usage confond généralement avec (3). La variance de la force selon (6) est bien quantitative seulement, en particulier son signe, qui précise la qualité attractive ($F < 0$) ou répulsive ($F > 0$) de l'intéraction est absolu. Une relation analogue à (2 *bis*) peut ainsi être posée, bien que K' soit galiléen :

$$\vec{q}' = \vec{F}' + \vec{q}'_a \qquad (7)$$

où $\vec{F}' = \sum_i F'_i \vec{l}'_i$. Comme on sait $\vec{q}'_a$ représente l'effet magnétique de l'intéraction, quelle que soit la nature de celle-ci. Si elle est électrique, et hémistatique avec M_1 fixe dans K, on obtient à partir du postulat de Coulomb et de (5-2), en introduisant les vecteurs-courants $\vec{i}'$ de M et $\vec{i}'_1$ de M_1 dans K' où la vitesse de M_1 est $\vec{u}$ et en tenant compte que $\mu_0 \, \varepsilon_0 \, c^2 = 1$,

$$\vec{q}'_a = \vec{i}' \times \vec{B}'$$

$$\vec{B}' = \frac{\mu_0}{4\pi \, \varkappa_0 \, r^2} (\vec{k}'_1 \times \vec{i}')$$

A l'approximation des faibles vitesses, ces énoncés rejoignent ceux de LAPLACE et de BIOT-SAVART : l'électromagnétisme se déduit comme on sait, sans postulat nouveau, de celui de Coulomb et de la loi de variance générale des accélérifères. La méthode adoptée nous interdit d'appeler $\vec{q}'_a$ une force. Cependant, bien qu'inessentiel, $\vec{q}'_a$ comme le montre bien (5-2) n'est pas, contrairement à un accélérifère de Coriolis par exemple, une grandeur de mouvement apparent car il est une manifestation cinétique de l'intéraction coulombienne, de force F.

S'il est pertinent de distinguer accélérifère et force, il s'ensuit qu'on ne saurait confondre dans tous les cas la circulation d'un accélérifère avec un travail. Soit $\delta\vec{M}'$ un déplacement infinitésimal, réel ou virtuel, rapporté à K', du point matériel M. D'après (2 *bis*)

$$\vec{q}' . \delta\vec{M}' = \vec{F} . \delta\vec{M}' + \vec{q}'_a . \delta\vec{M}'$$

Seul le premier terme du second membre est un travail $\delta\tau^i$. (7) conduit à la même discrimination. Si maintenant $d\vec{M}' = \vec{v}' \, dt'$ désigne le déplacement réel de M et *si l'inertie propre est constante*, on a dans les deux mécaniques

$\vec{q}' \, . \, d\vec{M}' = dE'_c$, E'_c énergie cinétique et par conséquent

$$dE'_c = \delta\tau' + \vec{q}'_a \, . d\vec{M}' \qquad (8)$$

où le second terme du second membre est inessentiel. $d\vec{M}'$ étant colinéaire à $\vec{v}'$, en relativité classique l'accélérifère de Coriolis et en relativité einsteinienne restreinte l'accélérifère magnétique ont une circulation nulle. Il en résulte que le théorème des forces vives $dE'_c = \delta\tau'$ est vrai en mécanique classique comme en mécanique einsteinienne dans tout référentiel galiléen — toujours dans le cas d'un mobile d'inertie constante.

Telle est la méthode qui sera suivie pour étudier la dynamique et l'énergétique du mouvement d'un point matériel d'inertie variable, d'abord en mécanique classique ensuite dans celle de la relativité restreinte einsteinienne. La présente mise au point prend sa source dans les notes à l'Académie des Sciences de M. RAYMOND MARCHAL indiquées en bibliographie. C'est M. ANDRÉ GAUVENET qui me les fit connaître, en demandant mon opinion et en m'exposant la sienne qui m'a beaucoup aidé à préciser mes propres idées : qu'il soit ici vivement remercié.

MÉCANIQUE CLASSIQUE D'UN MOBILE D'INERTIE VARIABLE

En vue de l'application à la thermodynamique relative einsteinienne, je m'en tiendrai au cas où l'échange d'inertie entre le mobile et le milieu à travers lequel il se meut est isotrope (ce qui n'est pas vrai pour la fusée). Cette isotropie ne peut être réalisée que par un processus thermique et par suite le point matériel M mobile sera, concrètement, le barycentre d'un corps macroscopique et non d'un corpuscule microphysique, ce corps se déplaçant sans tourner sur lui-même. La croissance de l'inertie m_0 de M exige, en mécanique classique, un milieu inerte mais permettant le mouvement, donc un fluide : exemple, une gouttelette se mouvant à travers une vapeur sursaturante ; naturellement, ce fluide sera supposé en équilibre isotherme et en quantité assez grande pour que son état thermodynamique global ne soit pas modifié sensiblement par le prélèvement que le mobile lui fait subir. En revanche, la décroissance de l'inertie de M n'exige nullement un milieu inerte ; il peut l'être (goutte dans une vapeur sèche) mais aussi bien être le vide, milieu par définition dépourvu d'inertie propre (goutte de mercure dans le vide aux températures ordinaires, fragment de corps radioactif α ou β dans le vide). Les deux cas $\frac{dm_0}{dt} > 0$ et $\frac{dm_0}{dt} < 0$ se présentent donc, d'emblée, comme physiquement dissymétriques, de sorte qu'une forme mathématique commune aux deux pourra envelopper deux contenus physiques fort différents. L'algorithme commun est celui qui découle des seules définitions de $\vec{p}$, $\vec{q}$ et E_c :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{p} = m_0 \vec{v}, \ d\vec{p} = m_0 \, d\vec{v} + \vec{v} \, dm_0 \\[2ex] \vec{q} = m_0 \dfrac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v} \dfrac{dm_0}{dt} \\[2ex] \vec{q} \, . \, d\vec{M} = \frac{1}{2} m_0 \, d\,(v^2) + v^2 \, dm_0 \end{array} \right. \qquad (8)$$

Le milieu réservoir d'inertie (quand il existe) est immobile par rapport au référentiel galiléen K adopté en (8) où $\vec{v}$ désigne donc à la fois la vitesse de M dans K et sa vitesse relative à ce milieu. Par ailleurs, si à l'heure t la variation de l'inertie cessait, l'énergie cinétique serait évaluée à $\frac{1}{2} m_0 v^2$; de même, si cette variation cessait à $t + dt$, E_c serait évaluée à :

$\frac{1}{2} (m_0 + dm_0) \, [v^2 + d\,(v^2)]$ donc

$$dE_c = \tfrac{1}{2} \, d\,(m_0 \, v^2) \qquad (9)$$

$$(8), (9) \Rightarrow \vec{q} \, . \, d\vec{M} = dE_c + \tfrac{1}{2} v^2 \, dm_0 \qquad (10)$$

A noter que, malgré que le référentiel soit d'inertie, $\vec{q} \cdot d\vec{M} \neq dE_c$; (10) $\Rightarrow \vec{q} \cdot d\vec{M} = dE_c \Leftrightarrow dm_0 = 0$. Cependant (8), (9) et (10) ne dépassent pas le stade de la cinétique, leur contenu dynamique et énergétique reste encore à élucider : quel rôle y jouent, notamment, les intéractions auxquelles le mobile M participe, leur force globale $\vec{F}$ appliquée à M, le travail de $\vec{F}$? C'est là que les deux cas divergent.

MOBILE D'INERTIE CROISSANTE

La capture par le mobile de corpuscules microphysiques appartenant au fluide immobile ne peut s'effectuer sans collisions inélastiques de ces corpuscules contre le mobile. Par ailleurs, dans (8) le changement de vitesse et le changement d'inertie sont séparés ; ainsi $\vec{q}$ se compose du terme dynamique banal $m_0 \frac{d\vec{v}}{dt}$, représentant une accélération à inertie constante, et d'un accélérifère thermique $\vec{q}_\theta = \vec{v} \frac{dm_0}{dt}$ (qui, bien qu'inessentiel, n'est nullement une grandeur de mouvement apparent puisqu'inhérent à un processus physique concret, l'absorption de corpuscules). Ainsi, pour l'élucidation dynamique et énergétique, partirai-je du schéma suivant. Le choc mou se fait entre le mobile M et un autre point matériel immobile M_1 d'inertie μ_0 ; ensuite le mobile unique formé par M et M_1 réunis passe à la vitesse $\vec{v} + \triangle \vec{v}$; on pose $\frac{\mu_0}{m_0} = \rho$:

$$\text{Réunion par choc mou} \left\{ \begin{array}{ll} m_0, \vec{v} & \mu_0, \vec{0} \\ m_0 + \mu_0, \vec{v}\frac{1}{1+\rho} & \end{array} \right.$$

$$\text{Accélération à inertie constante} \left\{ m_0 + \mu_0, \vec{v} + \triangle \vec{v} \right.$$

$$\triangle E_c = -\tfrac{1}{2}\mu_0 v^2 \frac{1}{1+\rho} + \tfrac{1}{2}(m_0 + \mu_0) \triangle (v^2) + \tfrac{1}{2}(m_0 + \mu_0) v^2 \left[1 - \frac{1}{(1+\rho)^2}\right]$$

Seul le premier terme correspond à la réunion, donc est dû au processus thermique.

En remplaçant μ_0 par dm_0 et $\triangle (v^2)$ par $d(v^2)$ on retrouve bien (9). Quant aux intéractions, elles n'interviennent que durant l'accélération à inertie constante donc, conformément au théorème des forces vives, leur travail vaut :

$$\tau = \tfrac{1}{2}(m_0 + \mu_0) \triangle (v^2) + \tfrac{1}{2}(m_0 + \mu_0) v^2 \left[1 - \frac{1}{(1+\rho)^2}\right]$$

et la substitution infinitésimale déjà dite nous donne alors :

$$\delta \tau = \tfrac{1}{2} m_0\, d(v^2) + v^2\, dm_0 = \vec{q} \cdot d\vec{M}$$

Conclusion : $\vec{q} = \vec{F}$, la relation dynamique « fondamentale » (1) s'applique au point matériel d'inertie croissante tout comme si elle demeurait constante. Mais le théorème des forces vives n'est pas vrai, bien que le référentiel soit galiléen :

$$\delta \tau = dE_c + \tfrac{1}{2} v^2\, dm_0$$

et, là encore, $\delta \tau = dE_c \Leftrightarrow dm_0 = 0$. Que signifie ce terme $\frac{1}{2} v^2\, dm_0$? Les collisions inélastiques (au niveau microphysique) se manifestent au niveau macroscopique ou phénoménologique par une perte continue (et non discontinue) d'énergie cinétique augmentant en contrepartie l'énergie thermique E_θ du système mobile — milieu. Dans le schéma,

$$\triangle E_c = \tau - \tfrac{1}{2}\mu_0 v^2 \frac{1}{1+\rho}$$

où le terme en μ_0 mesure cette perte d'énergie cinétique, dont la contrepartie est le gain :

$$\triangle E_\theta = \tfrac{1}{2}\mu_0 v^2 \frac{1}{1+\rho}$$

lequel, par la substitution infinitésimale déjà faite, prend bien la forme $\frac{1}{2} v^2\, dm_0$. Ainsi le bilan énergétique d'une étape infinitésimale du mouvement s'écrit en définitive :

$$\delta \tau = dE_c + dE_\theta \tag{11}$$

ceci en parfaite conformité avec le principe de conservation de l'énergie. Supposons en effet que le point M, au repos à l'heure t_0, se trouve à l'heure $t > t_0$ lancé à la vitesse $\vec{v}$: l'énergie cinétique du système mobile-milieu a augmenté de $\frac{1}{2} m_0 v^2$ et son énergie thermique de $\frac{1}{2} \int_{t_0}^{t} v^2\, dm_0$. Or, le lancement ne peut être que l'œuvre des intéractions et dans ce cas c'est bien leur travail qui mesure intégralement le transfert d'énergie dont ledit système a bénéficié et l'augmentation corrélative de ses fonctions-énergies E_c et E_θ. Sans intéractions, au contraire, il résulte de (8-1) et (8-2) que ou bien M demeure au repos ou bien, s'il avait déjà une vitesse, son énergie cinétique diminue pendant que sa quantité de mouvement reste constante, or, ceci est bien caractéristique de la réunion par choc mou, qui reste seule en lice quand les intéractions sont absentes, plus exactement quand leur force totale $\vec{F}$ est nulle.

MOBILE D'INERTIE DÉCROISSANTE

Le schéma est le suivant :

$$\text{Accélération à inertie constante} \left\{ \begin{array}{l} m_0, \vec{v} \\ m_0, \vec{v} + \triangle \vec{v} \end{array} \right.$$

Séparation sans changement de vitesse $\left\{ \begin{array}{ll} m_0, \vec{v} + \vec{\triangle v} & \\ m_0 - \mu_0, \vec{v} + \vec{\triangle v} & \mu_0, \vec{v} + \vec{\triangle v} \end{array} \right.$

$$\triangle E_c = \tfrac{1}{2} m_0 \triangle(v^2) - \tfrac{1}{2}\mu_0 [v^2 + \triangle(v^2)]$$

Le terme en μ_0 est la perte d'énergie cinétique subie par le mobile m_0 au moment de la séparation de sa partie μ_0. Théoriquement, cette séparation sans changement de vitesse peut se réaliser en mettant en jeu une quantité d'énergie aussi petite qu'on le veut. Dans le processus thermique réel (la vaporisation par exemple) le mobile émet certes des corpuscules doués de vitesse considérables, donc opère un transfert supplémentaire d'énergie cinétique au milieu, mais ce transfert-là est isotrope au niveau macroscopique et par conséquent il n'intervient pas en mécanique à ce niveau : une énergie cinétique (en tant que telle) ne compte en mécanique que si elle est anisotrope.

Les intéractions, là encore, ne jouent que durant l'accélération à inertie constante, donc d'après le schéma

$$\tau = \tfrac{1}{2} m_0 \triangle(v^2)$$

En remplaçant maintenant $-\mu_0$ par dm_0 et $\triangle(v^2)$ par $d(v^2)$, l'expression de $\triangle E_c$ conduit bien à (9) mais pour le travail on obtient

$$\delta\tau = \tfrac{1}{2} m_0 d(v^2) = (\vec{q} - \vec{q_\theta})\, d\vec{M}$$

$$\Rightarrow \vec{q} \,.\, d\vec{M} = \delta\,\tau + v^2\, dm_0$$

Conclusion : $\vec{F} = m_0 \dfrac{d\vec{v}}{dt} \neq \vec{q}$. Bien que le référentiel soit galiléen, les relations « fondamentales » (1) sont donc fausses dans le cas du mobile à inertie décroissante, la dissymétrie avec le cas opposé est ici patente. Le théorème des forces vives non plus n'est pas vrai :

$$\delta\,\tau = dE_c - \tfrac{1}{2} v^2\, dm_0$$

et l'on voit encore que $\delta\,\tau - dE_c \Leftrightarrow dm_0 = 0$. Quelle est la signification de ce terme $- \frac{1}{2} v^2\, dm_0$? En se reportant au schéma, il apparaît qu'il s'agit de l'énergie cinétique anisotrope transférée au milieu ambiant par la simple séparation de la partie μ_0 ; si donc E_m dénote la fonction énergie totale de ce milieu,

$$- \tfrac{1}{2} v^2\, dm_0 = dE_m > 0, \text{ et l'on a}$$

$$\delta\,\tau = dE_c + dE_m \qquad (11\ bis)$$

bilan analogue à (11) et tout aussi conforme au principe de conservation de l'énergie. Si le milieu est inerte, les corpuscules émis par le mobile s'y intègrent et, par des collisions inélastiques, y perdent finalement leur vitesse (rappelons que ce milieu fluide est au repos dans le référentiel K) de sorte que dE_m dans ce cas s'identifie à dE_θ. Le bilan (11 *bis*) se justifie comme (11) en considérant le lancement d'un mobile au repos jusqu'à la vitesse $\vec{v}$. En l'absence d'intéractions, on déduit de (8) que M ou bien demeurerait au repos ou bien, préalablement lancé, garderait constante sa vitesse tout en perdant de son énergie cinétique par émission isotrope de corpuscule c'est-à-dire, comme il a été précisé, par simple séparation de ceux-ci.

IRRÉVERSIBILITÉ

La dissymétrie entre le mouvement à inertie croissante et celui à inertie décroissante procède du principe d'irréversibilité ou principe fondamental de la thermodynamique (1). L'énoncé général du principe (dont les énoncés de THOMSON et de CLAUSIUS se déduisent) est le suivant : « de deux transformations thermodynamiques dont les bilans énergétiques ont opposés terme à terme, l'une seulement est physiquement possible, l'autre est impossible ». Prenons le cas où le mobile est baigné par un fluide. Si l'inertie augmente ($dm_0 > 0$) on a le bilan (11) et si elle diminue (ce que je noterai $dm^*_0 < 0$) on a le bilan (11 *bis*) qui prend la forme $\delta\tau^* = dE^*_c + dE^*_\theta$ et qui ne saurait s'opposer terme à terme à (11) pour la bonne raison que $dE^*_\theta = dE_\theta$ et non $dE^*_\theta = - dE_\theta$. Par exemple, quand le mouvement est uniforme (11) s'écrit $v^2\, dm_0 = \frac{1}{2} v^2\, dm_0 + \frac{1}{2} v^2\, dm_0$ tandis que 11 (*bis*) s'écrit $0 = \frac{1}{2} v^2\, dm^*_0 - \frac{1}{2} v^2\, dm^*_0$ soit, si $dm^*_0 = - dm_0$, $0 = - \frac{1}{2} v^2\, dm_0 + \frac{1}{2} v^2\, dm_0$. En vertu du principe d'irréversibilité, un mouvement uniforme de bilan $v^2\, dm^*_0 = \frac{1}{2} v^2\, dm^*_0 + \frac{1}{2} v^2\, dm^*_0$ est physiquement impossible, ce qui signifie que l'égalité $\vec{q} = \vec{F}$, si elle est vraie quand l'inertie augmente, ne saurait l'être quand elle diminue.

PASSAGE A UN AUTRE RÉFÉRENTIEL D'INERTIE

Ne découlant que des définitions de grandeurs cinétiques les relations (8), (9) et (10) se transposent intégralement dans le nouveau référentiel K' où la vitesse du mobile est $\vec{v'} = \vec{v} - \vec{u}$.

Retenons d'abord que

$$\vec{q'} = \vec{q} - \vec{u}\, \frac{dm_0}{dt} \qquad (12)$$

$\vec{q'}$ se présente donc, bien que K' soit galiléen, sous la forme (2) avec un terme essentiel (invariant) et un

(1) Le principe de la conservation de l'énergie n'est pas un principe de la thermodynamique mais de la physico-chimie tout entière, microphysique comprise. Le principe d'irréversibilité au contraire est propre aux processus thermiques et quant à celui de Nernst, il vient seulement lui apporter une précision somme toute mineure.

inessentiel $-\vec{u}\,\dfrac{dm_o}{dt}$ (qui n'est cependant pas « de mouvement apparent » puisqu'il s'agit d'un accélérifère thermique). Cela oblige à préciser la définition d'un référentiel d'inertie : c'est celui où tout accélérifère *appartenant à un mobile d'inertie propre constante* est la manifestation d'une intéraction et notamment s'annule avec la force de celle-ci. Définition qui s'applique par exemple au référentiel des relations (8) selon lesquelles :
$\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{q}' = \vec{q}'_d = \vec{q}'_a = 0$. Au contraire, s'agissant d'un mobile d'inertie variable, nous voyons dans K les accélérifères $m_o \dfrac{d\vec{v}}{dt}$ et $\vec{v}\,\dfrac{dm_o}{dt}$ tous deux non nuls bien que $\vec{F} = 0$ $(dm_o > 0)$; $\vec{v}\,\dfrac{dm_o}{dt} \neq 0$ bien que $\vec{F} = 0$ $(dm_o < 0)$ et dans K' cet accélérifère thermique $-\vec{u}\,\dfrac{dm_o}{dt}$ né du changement de référentiel.

Examinons maintenant la dynamique et l'énergétique du mouvement rapporté à K'

a. $dm_o > 0$

$\vec{q} = \vec{F}$ et (12) $\Rightarrow \vec{q}'\,.\,d\vec{M}' = \delta\tau' - \vec{u}\,.\,\vec{v}'\,dm_o$

$\vec{q}' \neq \vec{F}$: vraies dans K, les relations « fondamentales » (1) ne le sont plus dans K'. On a donc

$$\delta\,\tau' - dE'_c = \tfrac{1}{2}\,(v'^2 + 2\,\vec{u}\,\vec{v}')\,dm_o = dE'_\theta - \tfrac{1}{2}\,u^2\,dm_o$$

En effet, $dE'_\theta = dE_\theta = \frac{1}{2}\,v^2\,dm_o$ car seule la vitesse relative mobile-fluide détermine dE'_θ. Finalement,

$$\delta\,\tau' = dE'_c - \tfrac{1}{2}\,u^2\,dm_o + dE'_\theta$$

Il est évident que l'augmentation $\frac{1}{2}\,u^2\,dm_o$ de l'énergie cinétique doit se soustraire puisque, entièrement due au processus thermique et au changement de référentiel, elle ne doit rien aux intéractions. C'est pourquoi (11) ne se transpose pas exactement dans K'.

b. $dm_o < 0$

$$\vec{q}' = m_o\,\frac{d\vec{v}'}{dt} + \vec{v}'\,\frac{dm_o}{dt} = \vec{F} + \vec{v}'\,\frac{dm_o}{dt} \Rightarrow$$

$$\vec{q}'\,.\,d\vec{M}' = \delta\,\tau' + v'^2\,dm_o$$

$$(10) \Rightarrow \delta\,\tau' = dE'_c - \tfrac{1}{2}\,v'^2\,dm_o$$

$-\frac{1}{2}\,v'^2\,dm_o = dE'_m > 0$ est l'augmentation de l'énergie du milieu : le bilan obtenu est donc identique à (11 *bis*). Mais si le milieu est un fluide au repos dans K, la matière dm_o éjectée par le mobile s'y intègre par collisions inélastiques et prend dans K' la vitesse $-\vec{u}$. Alors

$$dE'_\theta = \tfrac{1}{2}\,v'^2\,|\,dm_o\,| - \tfrac{1}{2}\,u^2\,|\,dm_o$$

$$\Rightarrow dE'_m = dE'_\theta + \tfrac{1}{2}\,u^2\,|\,dm_o\,|$$

Outre son énergie thermique, le fluide a augmenté aussi son énergie cinétique par son gain d'inertie $|\,dm_o\,|$. Finalement, le bilan s'écrit :

$$\delta\,\tau' = dE'_c - \tfrac{1}{2}\,u^2\,dm_o + dE'_\theta$$

comme dans le cas $dm_o > 0$.

Un cas particulier intéressant est celui où, dans K, le point matériel M est au repos et n'est engagé dans aucune intéraction (goutte en suspension dans sa vapeur en un lieu sans pesanteur par exemple). M demeure alors immobile et la variation d'inertie, dans ce référentiel, est un processus purement thermique et non plus thermo-mécanique. Si le milieu environnant M est un fluide, la vitesse relative étant nulle il n'y a pas de choc mou dans le cas $dm_o > 0$. Dans les deux cas, en passant au référentiel K', l'accélérifère $\vec{q}'$, réduit à $-\vec{u}\,\dfrac{dm_o}{dt}$, est purement thermique ainsi que $dE'_c = \frac{1}{2}\,u^2\,dm_o$: la symétrie entre la croissance et la décroissance de l'inertie se réaffirme ici, mais au niveau de la cinétique pure où nous savons déjà qu'elle se cantonne ; dès que des intéractions entrent en jeu, la dissymétrie reprend ses droits. (10) reste toujours vraie, $\vec{q}'\,d\vec{M}' = dE'_c + \frac{1}{2}\,u^2\,dm_o$, mais ce terme $\frac{1}{2}\,u^2\,dm_o$ cette fois-ci ne relève que du mouvement apparent car il n'exprime aucun transfert ni aucune variation d'énergie.

MÉCANIQUE EINSTEINIENNE D'UN MOBILE D'INERTIE PROPRE VARIABLE

En mécanique einsteinienne, l'échange isotrope d'inertie peut consister en absorption ou émission de corpuscules doués d'inertie propre, comme en mécanique classique, mais aussi, conformément à la loi d'Einstein — Langevin, en perte ou gain d'énergie. Un transfert isotrope d'énergie est lui aussi de nature thermique : je désignerai par Q la quantité d'énergie transférée, qui pourra être une quantité de chaleur mais aussi une énergie de qualité différente, comme par exemple un travail de dilatation si celle-ci est isotrope. Dans les deux cas $dm_o > 0$ et $dm_o < 0$, contrairement à la mécanique classique, le mouvement du point matériel M peut dès lors se déployer dans le vide, mais pour que son inertie croisse, il faudra que ce « vide » soit l'intérieur d'une enceinte thermostatique (corps noir) dont la température majore celle du mobile. Celui-ci absorbera alors des photons, dépourvus d'inertie propre mais doués d'énergie cinétique pure, de sorte qu'au niveau phénoménologique un volume quelconque de ce « gaz » de photons qui remplit l'enceinte, contient une quantité constante d'énergie et donc, comme l'enceinte est immobile dans le référentiel K, une inertie propre (ainsi le rayonnement thermique d'enceinte est un vide en ce qu'il ne contient aucun corpuscule doué d'inertie propre mais il n'en est pas un à cause de cette inertie propre macroscopique). Bref, dans le cas $dm_o > 0$, même si le milieu ne contient aucun corpuscule doué d'inertie propre la « réunion par choc mou » du schéma subsiste : l'absorption des photons revient à une collision inélastique. Et par conséquent la dissymétrie physique entre le mouvement à inertie croissante et celui à inertie décroissante ne s'effacera pas en mécanique einsteinienne.

La cinétique commune à ces deux mouvements est la suivante :

$$\left\{\begin{array}{ll} \mathbf{p} = m_o\,\mathbf{v}\ ;\ d\mathbf{p} = m_o\,d\mathbf{v} + \mathbf{v}\,dm_o & \\ \mathbf{v}\,d\mathbf{p} = -\,c^2\,dm_o = \frac{1}{\alpha}\,(\vec{v}\,.\,\vec{dp} - c^2\,dm) & (8\ bis) \\ \vec{q}\,.\,\vec{dM} = \vec{v}.\,\vec{dp} = c^2\,dm - \alpha\,c^2\,dm_o & \end{array}\right.$$

En recommençant le raisonnement fait en mécanique classique, l'énergie cinétique à l'heure t vaut $c^2\,m_o\,(\frac{1}{\alpha} - 1)$ et à l'heure $t + dt$, $c^2\,(m_o + dm_o)$ $\left[\frac{1}{\alpha} + d\,(\frac{1}{\alpha}) - 1\right]$ donc :

$$dE_c = c^2\,(dm - dm_o) \qquad (9\ bis)$$

avec $dm = m_o\,d\,(\frac{1}{\alpha}) + \frac{1}{\alpha}\,dm_o$. Il en résulte :

$$\vec{q}\,.\,\vec{dM} = dE_c + (1 - \alpha)\,c^2\,dm_o \qquad (10\ bis)$$

A l'approximation des faibles vitesses, $\alpha \simeq 1 - \frac{v^2}{2\,c^2}$, les relations (8 *bis* — 3), (9 *bis*) et (10 *bis*) rejoignent (8), (9) et (10). Noter que $\vec{q}\,.\,\vec{dM} \neq dE_c$, $\vec{q}\,.\,\vec{dM} = dE_c \Leftrightarrow dm_o = 0$.

MOBILE D'INERTIE CROISSANTE

Nous supposons que les points matériels qui intéragissent avec M sont tous au repos (intéractions hémistatiques). Les relations de la dynamique classique demeurent alors vraies pour M en dynamique einsteinienne ; or nous avons vu que $dm_o > 0$ $\Rightarrow \vec{q} = \vec{F}$ en dynamique classique donc :

$$(10\ bis) \Rightarrow \delta\,\tau = dE_c + (1 - \alpha)\,c^2\,dm_o \quad (11\ ter)$$
$$\delta\,\tau = dE_c \Leftrightarrow dm_o = 0$$

Si le théorème des forces vives est faux, nous savons déjà que c'est à cause de l'énergie cinétique dissipée par les collisions inélastiques (11 *ter*) ne fait donc que reproduire le bilan, (11) avec $dE_\theta = (1 - \alpha)\,c^2\,dm_o \simeq \frac{1}{2}\,v^2\,dm_o$ à l'approximation des faibles vitesses. Mais il s'agit là, on s'en souvient, du bilan énergétique du système mobile-milieu.

Ce que la loi d'Einstein-Langevin apporte de nouveau, par rapport à la physique classique, va se dégager en établissant le bilan du mobile seul, pris comme système. Il a effectué deux échanges, l'un dynamique, anisotrope mesuré par $\delta\tau$, l'autre thermique, isotrope mesuré par δQ ; corrélativement, son énergie $E = c^2\,m$, somme de son énergie cinétique et de son énergie interne, a varié de $c^2\,dm$. Le principe de conservation de l'énergie exige que :

$$dE = \delta\,\tau + \delta Q \qquad (13)$$

Comme $\delta\,\tau = \vec{q}\,.\,\vec{dM}$ il vient selon (8 *bis* – 3)

$$\delta Q = \alpha\,c^2\,dm_o \qquad (13\ bis)$$

Cette relation résoud le problème du transfert isotrope ou thermique d'énergie sur un corps en mouvement à partir d'un réservoir immobile, le référentiel K de ce repos et de ce mouvement étant galiléen. Quand la vitesse du corps tend vers zéro, δQ tend vers l'invariant $c^2\,dm_o$; je désignerai cet invariant par δQ_o. La quantité d'énergie absorbée par le mobile est donc plus petite que $\delta\,Q_o$:

$$\delta Q > 0 \Leftrightarrow \delta Q = \alpha\,\delta\,Q_o \qquad (14)$$

Pourquoi ? Prenons le cas où $\delta\,\tau = 0$; alors $\delta Q = dE$ et à vitesse nulle $dE = c^2\,dm_o$; en mouvement, $dE = \delta Q = c^2\,dm_o + dE_c$, or nous avons vu qu'à cause des collisions inélastiques $dE_c < 0$, donc $\delta Q < c^2\,dm_o$.

MOBILE D'INERTIE DÉCROISSANTE

Selon le schéma :

$$\triangle\,E_c = c^2\,m_o\,(\frac{1}{\alpha_1} - \frac{1}{\alpha}) - c^2\,\mu_o\,(\frac{1}{\alpha_1} - 1)$$

où α_1 correspond à $\vec{v}_1 = \vec{v} + \triangle\vec{v}$, le premier terme à l'accélération sans variation d'inertie propre, le second à la simple séparation de la partie μ_o. La substitution infinitésimale donne bien $dE_e = c^2(dm - dm_o)$ en accord avec (9 *bis*) et :

$$\delta\,\tau = c^2\,m_o\,d\,(\frac{1}{\alpha}) = c^2\,dm - c^2\,\frac{dm_o}{\alpha} \qquad (15)$$

En appliquant le principe de conservation de l'énergie (13) il découle de (15) compte tenu de $dE = c^2\,dm$ que :

$$\delta Q = \frac{c^2\,dm_o}{\alpha} \qquad (15\ bis)$$

Ainsi, quand le mobile perd de l'énergie au bénéfice du milieu, la quantité perdue est plus grande en mouvement qu'au repos :

$$\delta Q < 0 \Leftrightarrow \delta Q = \frac{\delta\,Q_o}{\alpha} \qquad (14\ bis)$$

Pourquoi ? Prenons encore le cas $\delta\,\tau = 0$: (15) $\Rightarrow d(\frac{1}{\alpha}) = 0$, la vitesse du mobile demeure constante (comme il a déjà été démontré en mécanique classique) mais son énergie cinétique diminue tout de même parce qu'en perdant δQ il « se sépare » d'une partie $|dm_o|$ de son inertie propre. Il en résulte que dans $\delta Q = dE = c^2\, dm_o + dE_c$ les deux termes composant dE sont tous deux négatifs d'où $|\delta Q| > c^2\, |dm_o|$ (tandis que lors du transfert opposé $c^2\, dm_o > 0$ et $dE_c < 0$ d'où $\delta Q < c^2\, dm_o$).

(14 *bis*) donne raison à RAYMOND MARCHAL mais seulement lorsque $\delta Q < 0$ et par ailleurs ni (14) ni (14 *bis*) n'expriment une loi de variance puisqu'aucun changement de repère n'a été effectué. Elles énoncent chacune une relation entre δQ, la vitesse du mobile et la variation de son inertie propre, ce qui est tout différent.

LE TRANSFERT THERMIQUE DE PLANCK ET L'AUTRE

O. COSTA de BEAUREGARD (1) affirme que l'échange isotrope d'énergie effectué par un corps en mouvement peut s'exprimer en deux « langages » mathématiquement équivalents, l'un employant la forme (14) et c'est celui de PLANK, l'autre la forme (14 *bis*), le premier lui apparaissant « plus physique) le second « plus mathématique ». Voici son idée que je traduis dans un algorithme un peu différent et plus général (inutile d'y supposer que le mouvement du corps est uniforme). Si l'on opère avec l'accélérifère total, on a (voir 8 *bis*).

$$-\,\mathbf{q}\,.\,d\mathbf{M} = \delta \mathrm{Q}_o = \frac{1}{\alpha}\,(c^2\, dm - \vec{q}\,.\,d\vec{\mathrm{M}}) \qquad (16)$$

Posons, par définition, $\delta Q_p = \alpha\,\delta Q_o$; selon PLANCK, δQ_p mesure l'échange thermique effectué (dans l'un ou l'autre sens) par un corps mobile. Pour introduire (14 *bis*) d'une manière analogue, il faut opérer avec l'accélérifère thermique :

$$\mathbf{q}_\theta = \frac{1}{\alpha}\frac{d\mathbf{p}_\theta}{dt} = \frac{1}{\alpha}\,\mathbf{v}\,\frac{dm_o}{dt} = \frac{1}{\alpha}\,(\vec{q}_\theta + q_\theta{}^4\,\mathbf{e}_4)$$

$\boldsymbol{e}_4$ est le vecteur de base temporel de norme -1, $\vec{q}_\theta = \frac{1}{\alpha}\,\vec{v}\,\frac{dm_o}{dt}$ et $q_\theta{}^4 = \frac{1}{\alpha}\,c\,\frac{dm_o}{dt}$. On a lors :

$$\mathbf{q}_\theta\,.\,d\mathbf{M} = \delta Q_o = \frac{1}{\alpha}\,(c^2\frac{dm_o}{\alpha} - \vec{q}_\theta\,.\,d\vec{\mathrm{M}}) \qquad (17)$$

Posons par définition :

$$\delta Q_e = q_\theta{}^4\, c\, dt = c^2\,\frac{dm_o}{\alpha}$$

Selon O, COSTA DE BEAUREGARD, $\delta\, Q_e$ peut aussi mesurer le transfert thermique, dans l'un ou l'autre sens.

Je note d'abord que d'après (16) et (17)

$$\alpha\,\delta Q_o = dE - \vec{q}\,.d\vec{\mathrm{M}} = \delta Q_e - \vec{q}\,._\theta\, d\vec{\mathrm{M}}$$

de sorte que les définitions de δQ_p et de δQ_e peuvent aussi se formuler de la manière suivante :

$$\begin{cases} \delta Q_p = dE - \vec{q}\,.\,d\vec{\mathrm{M}} \\ \delta Q_e = dE - (\vec{q} - \vec{q}_\theta)\, d\vec{\mathrm{M}} \end{cases}$$

Dès lors, en vertu du principe de la conservation de l'énergie (13) pour que la « chaleur de Planck » δQ_p mesure un échange isotrope réel, il faut (et il suffit) que $\vec{q}\,.\,d\vec{\mathrm{M}}$ soit égal au travail des intéractions. Or j'ai démontré que cette condition ne se trouve réalisée que si le mobile absorbe de l'énergie, $dm_o > 0$. De même, pour que δQ_e mesure un échange isotrope réel, c'est $(\vec{q} - \vec{q}_\theta)\, d\vec{\mathrm{M}}$ qui doit être égal au travail. J'ai démontré qu'il en est ainsi en mécanique classique uniquement dans le cas où le mobile émet de l'inertie, $dm_o < 0$. Mais il en va de même en mécanique einsteinienne car de (8 *bis*) et (15) on tire

$$\delta\tau = \vec{q}\,.\,d\vec{\mathrm{M}} - (\frac{1}{\alpha} - \alpha)\, c_2\, dm_o = \vec{q}\,.\,d\vec{\mathrm{M}} - \frac{v_2}{\alpha}\, dm_o = (\vec{q} - \vec{q}_\theta)\, d\vec{\mathrm{M}}.$$

Si donc δQ_p et δQ_e peuvent, dans le formalisme mathématique, revendiquer à droits égaux la mesure du transfert thermique, dans le processus physique réel le sens du transfert les départages sans ambiguïté.

LOIS DE VARIANCE

Partant de la loi

$$\frac{1}{\alpha'} = \frac{1}{\alpha_o\,\alpha}\,(1 - \frac{\vec{u}\,.\,\vec{v}}{c_2})$$

on déduit (en additionnant l'équation multipliée par dm_o à l'équation différenciée et multipliée par m_o) qu'à inertie variable on a, comme à inertie constante,

$$dm' = \frac{1}{\alpha_o}\,(dm - \frac{\vec{u}\,.\,d\vec{p}}{c_2})$$

$$\Rightarrow dE' = \frac{1}{\alpha_o}\,(dE - \vec{u}\,.\,d\vec{p}) \;;\; d\vec{p} = \vec{q}\, dt$$

A inertie constante (seulement) on a $dE = dE_c = \delta\tau$ et par conséquent

$$\delta\,\tau' = \frac{1}{\alpha_o}\,(\delta\,\tau - \vec{u}\, d\vec{p}_1) \;;\; d\vec{p}_1 = \vec{F}\, dt$$

Dans le référentiel galiléen K' le principe de conservation de l'énergie détermine $\delta Q'$ par la relation $\delta Q' = dE' - \delta\,\tau'$. D'autre part, les intéractions ne jouent (voir schémas) que durant la phase d'accélération à inertie constante, la variance de leur travail est donc celle indiquée ci-dessus. Distinguons maintenant les deux sens du transfert thermique

a. $\delta Q < 0$

Alors $\vec{F} = \vec{q}$ d'où la loi de variance

$$\delta Q' = \frac{\delta Q}{\alpha_o} = \frac{\alpha}{\alpha_o}\delta Q_o \tag{18}$$

Il en résulte que si le corps est au repos dans K, $\delta Q' = \frac{\delta Q_o}{\alpha_0}$. S'il est au repos dans K', il se meut dans K à la vitesse $\vec{u}$ donc $\delta Q' = \frac{\delta Q_o}{\alpha_o}$. Ce dernier résultat est important : K' est en effet dans ce cas le référentiel propre d'un corps animé dans K d'un mouvement uniforme : ce mobile, pour une augmentation dm_o donnée de son inertie propre, absorbe la même quantité d'énergie isotrope que lorsqu'il est au repos dans le même référentiel K. C'est loin d'être évident à priori car dans K le « fluide » réservoir est immobile comme le corps et il n'y a pas de collisions inélastiques tandis qu'il y en a dans le référentiel propre, où le réservoir se meut. Vérifions-le sur le schéma dans K', qui est le suivant :

$$\begin{array}{ll} \left.\begin{array}{c}\text{Réunion}\\ \text{par choc mou}_\theta\end{array}\right\} & m_o, \vec{0} \qquad\qquad dm_o, -\vec{u} \\ \left.\begin{array}{c}\text{Accélération}\\ \text{à inertie}\\ \text{constante}\end{array}\right\} & \begin{array}{l} m_o + dm_o, -\dfrac{\rho}{1+\rho}\vec{u} \simeq -\rho\vec{u} \\ m_o + dm_o, \vec{0}\end{array} \end{array}$$

L'énergie E' du mobile a augmenté de $c^2\, dm_o$; quant au travail, la vitesse après le choc étant infiniment petite il vaut

$$\delta\tau' \simeq -\tfrac{1}{2}(m_o + dm_o)\,\rho^2 u^2 \simeq -\tfrac{1}{2}\frac{u^2}{2m_o}\,dm^2{}_o$$

C'est un infiniment petit du second ordre par rapport à dm_o et par conséquent $dE' = \delta Q' = c_2\, dm_o$.

b. $\delta Q < 0$

Alors $\vec{F} = (\vec{q} - \vec{q}_\theta)$, $d\vec{p} - d\vec{p}_1 = \vec{q}_\theta\, dt$ d'où

$$\delta Q' = \frac{1}{\alpha_o}(\delta Q - \frac{1}{\alpha}\vec{u}\vec{v}\,dm_o) = \frac{1}{\alpha_o\alpha}\delta Q_o(1 - \frac{\vec{u}.\vec{v}}{c_2}) \tag{19}$$

Cette loi de variance équivaut à $\alpha'\,\delta Q' = \delta Q_o$ autrement dit à l'invariance de $\alpha\delta Q$ et par conséquent à celle de la puissance $\frac{\delta Q}{dt}$ du transfert thermique. D'après (19) si le corps est immobile dans K, $\delta Q' = \frac{\delta Q_o}{\alpha_o}$ comme lorsque $\delta Q > 0$. S'il est immobile dans K', qui est alors son référentiel propre, (19) ou plus simplement $\alpha'\delta Q' = \delta Q_o$ donnent $\delta Q' = \delta Q_o$, comme lorsque $\delta Q > 0$ (mais sans la difficulté soulevée par le mouvement du « fluide » réservoir). On retrouve donc la symétrie des deux sens du transfert isotrope (déjà notée en mécanique classique) lorsque l'échangeur mobile est au repos dans l'un des deux référentiels, ce qui signifie que son mouvement est uniforme.

LA VÉRITABLE MESURE DE L'ÉCHANGE ISOTROPE

Supposons que l'échangeur, immobile dans K où il baigne dans un réservoir d'énergie lui-même au repos, absorbe δQ_o^1 et dans le même temps émette δQ_o^2 ; par exemple, δQ_o^1 est une quantité de chaleur et $-\delta Q_o^2$ un travail de dilatation isotrope. Au total, il a absorbé $\delta Q_o = \delta Q_o^1 - \delta Q_o^2$. D'après les lois de variance ci-dessus, dans un référentiel K' quelconque il a absorbé $\delta Q' = \frac{1}{\alpha_o}(\delta Q_o^1 - \delta Q_o^2)$. Si maintenant il se meut dans K avec une vitesse uniforme, dans son référentiel propre l'échange se mesure derechef par δQ_o, mais dans K sa mesure vaut d'après (11) et (11 *bis*) :

$$\delta Q = \alpha\,\delta Q_o^1 - \frac{1}{\alpha}\delta Q_o^2 \tag{20}$$

Dès lors, si les deux transferts opposés sont de même nature, par exemple deux quantités de chaleur, ou une vaporisation et une liquéfaction, ou une émission et une absorption de rayonnement d'incandescence (corps noir) l'équilibre thermique entre l'échangeur et son milieu extérieur se définit par $\delta Q_o = \delta Q_o^1 - \delta Q_o^2 = 0$ quand l'échangeur est au repos dans K ; il y a donc équilibre aussi dans K' quelconque. Quand l'échangeur est en mouvement uniforme dans K, l'équilibre est encore réalisé dans le référentiel propre mais non dans K lui-même où $\delta Q < 0$ d'après (20). On peut être tenté d'expliquer cela par le théorème de physique statistique bien connu selon lequel l'équilibre thermodynamique d'un système isolé (ici le système mobile-réservoir en supposant la force des intéractions nulles), est incompatible avec tout mouvement macroscopique interne. Malheureusement (20) autorise un équilibre thermique, en contradiction avec le théorème : il faut et il suffit pour cela que $\delta Q_o^1 = \frac{1}{\alpha^2}\delta Q_o^2$. Ces incohérences sont dues, semble-t-il, à ce que ni la « chaleur de PLANCK » ni l'autre ne donnent la vraie mesure de l'échange isotrope et ceci parce que l'une et l'autre composent un amalgame disparate de transfert isotrope et de transfert anisotrope. En effet, dans les deux sens de transfert, δQ a été définie par $\delta Q = dE - \delta\tau$. Si le théorème des forces vives était vrai, δQ ne contiendrait aucune trace d'énergie cinétique et mesurerait donc un échange purement isotrope. Il importe de noter qu'alors δQ pourrait recevoir une autre définition, équivalente à la première.

$$\delta Q = dE - dE_c = dE_i$$

E_i désignant l'énergie interne du mobile. Mais le théorème des forces vives n'est vrai qu'à inertie propre constante et cette constance est incompatible, en physique einsteinienne, avec un mobile échangeur d'énergie, de sorte que pour celui-ci $dE_c = \delta\tau + dE^1_c$ et que, d'après la première définition :

$$\delta Q = \delta Q_o + dE^1_c$$

On a vu que $dE^1_c < 0$ est une perte d'énergie cinétique occasionnée par le processus thermique, soit indirectement par les collisions inélastiques qui l'accompagnent nécessairement quand $\delta Q_o > 0$, soit plus directement par simple séparation de matière en mouvement quand $\delta Q_o < 0$. Il s'agit d'une répercussion mécanique de l'échange thermique plutôt que de cet échange en soi. En tous cas, pour éliminer cette impureté anisotrope dE^1_c et faire de δQ la mesure d'un transfert strictement isotrope d'énergie (donc à mon avis d'un échange véritablement thermique) la seule voie qui reste c'est adopter la seconde définition :

$$\delta Q = dE_i = c^2\, dm_o = \delta Q_o$$

La mesure du transfert isotrope est alors à la fois indépendante de la vitesse de l'échangeur par rapport à un référentiel donné et indépendante du référentiel, en particulier l'équilibre thermique mobile-milieu est absolu. Il en va de même de la température (à cause de l'invariance de l'entropie comme du caractère absolu de l'équilibre thermique) si l'on identifie échange thermique et échange isotrope. Quant au théorème de physique statistique cité plus haut, il est alors faux et cela pose un problème que je laisse ici de côté (ainsi que d'autres) en me bornant à noter que ce théorème se fonde sur une mécanique non einsteinienne traitant seulement des mobiles d'inertie constante.

Manuscrit reçu le 15 mai 1970.

BIBLIOGRAPHIE

I. — COSTA DE BEAUREGARD (O.). — La théorie de la relativité restreinte, 1 vol., édit. MASSON, Paris, 1949.

II. — MARCHAL (R.). — Sur les formules de transformation de la chaleur et de la température en relativité restreinte. C.R. Acad. Sc., Paris, t. 262 (25 avril 1966).

II. — MARCHAL (R.). — L'équation d'état des gaz parfaits et la formule de MAYER en relativité restreinte. C.R. Acad. Sc., Paris, t. 263 (10 octobre 1966).