UNE CONSÉQUENCE DE L'INTERPRÉTATION CAUSALE DE LA MÉCANIQUE ONDULATOIRE

PAR

J. FRONTEAU

(Laboratoire de Physique)

RÉSUMÉ

Cet article établit une conséquence de l'interprétation causale que Louis de BROGLIE donne de la mécanique ondulatoire, conséquence qui pourrait peut-être servir de test crucial pour cette interprétation.

ABSTRACT

A consequence of Louis de BROGLIE's causal interpretation of wave mechanics is derived, consequence which could perhaps be used as a crucial test for this interpretation.

I. — BUT DE L'EXPOSÉ

Dans l'interprétation causale qu'il propose de la mécanique ondulatoire (4), Louis de BROGLIE postule que :

— La mécanique ondulatoire de la particule chargée relativiste et sans spin est une mécanique à masse au repos variable M_0:

$$\boxed{\frac{d}{d\tau}\,(M_0\, u_\mu) = \Phi_\mu} \qquad (1)$$

τ, temps propre ; $\Phi_\mu\ (x_\nu)$, $M_0\ (x_\nu)$, $u_\mu = \dfrac{dx_\mu}{d\tau}$

$\left.\begin{matrix}\mu \\ \nu\end{matrix}\right\} = 1, 2, 3, 4.$

—La masse au repos variable se déduit du module a de la fonction d'onde par la relation:

$$\boxed{M_0^2 = m_0^2 + \frac{\hbar^2}{c^2}\frac{\Box a}{a}} \qquad (2)$$

m_0, masse au repos classique.

— Il existe un potentiel d'impulsion-énergie généralisée, et ce potentiel est, à une constante près, la phase φ de la fonction d'onde:

$$\boxed{\pi_\mu = M_0\, u_\mu + \frac{e}{c}\, A_\mu = -\,\partial_\mu\, \varphi\ (x_\nu)} \qquad (3)$$

A_μ potentiel vecteur électromagnétique.

(Cette hypothèse constitue la « formule de guidage » de Louis de BROGLIE).

Nous nous proposons d'établir aujourd'hui une conséquence de cette interprétation de la mécanique ondulatoire, conséquence qui ne semble pas avoir été énoncée jusqu'alors, et dont on peut cependant espérer a priori tirer des arguments nouveaux pour ou contre la théorie de Louis de BROGLIE.

II. — MÉTHODE UTILISÉE

Etant donné un système différentiel quelconque (satisfaisant toutefois aux conditions de Cauchy) qui a été ramené par l'introduction de variables convenables à un système d'équations du premier ordre,

$$\frac{dy_i}{dx} = S_i\ (y_1, y_2, \ldots, y_n, x)$$

LIOUVILLE a démontré (1), (2), (3), (6), (7) le théorème suivant, dont on oublie souvent la généralité, et qu'on n'applique d'ordinaire, en physique, que dans un cas particulier.

Soit y_{i_0} les conditions initiales qui définissent une solution ; le jacobien $J = \dfrac{D\ (y_i)}{D\ (y_{i_0})}$ a alors pour expression:

$$J = e^{\int_{x_0}^{x} (\mathrm{Div}\ S)\, dx}$$

relation qui peut encore s'écrire sous forme différentielle

$$\boxed{\frac{d}{dx}\,\mathrm{Log}\,J = \mathrm{Div}\,S = \frac{\partial S_1}{\partial y_1} + \frac{\partial S_2}{\partial y_2} + \dots + \frac{\partial S_n}{\partial y_n}}$$

Rappelons que le jacobien J commande l'évolution (en x) des volumes de l'espace R_n à n dimensions y_i.

C'est ce théorème de LIOUVILLE, sous sa forme générale, qu'on se propose d'appliquer à divers systèmes différentiels liés à l'interprétation causale, afin d'établir une conséquence non encore exprimée de cette théorie.

La méthode de calcul apparaîtra d'ailleurs, en soi, comme un second but de l'exposé puisqu'elle révélera l'importance que présente pour la physique le théorème de LIOUVILLE pris dans toute sa généralité, alors qu'à de récentes exceptions près (5), (6), (7), (8), (9), on ne l'applique d'ordinaire qu'à des systèmes différentiels à divergence nulle (cas des systèmes hamiltoniens, Div $S = 0$, $J = 1$, conservation des volumes dans l'espace des phases).

III. — CONSÉQUENCE DE L'HYPOTHÈSE [1] DE LA THÉORIE CAUSALE

$$\frac{d}{d\tau}\,(M_0\,u_\mu) = \Phi_\mu$$

$$\frac{du_\mu}{d\tau} = \frac{\Phi_\mu}{M_0} - u_\mu\,\frac{dM_0/d\tau}{M_0}$$

Ce système différentiel, ramené au premier ordre, s'écrit comme suit si l'on tient compte de ce que M_0 est fonction des x_ν.

$$\left\{\begin{aligned}
dx_1/\,d\tau &= u_1\\
dx_2/\,d\tau &= u_2\\
dx_3/\,d\tau &= u_3\\
dx_4/\,d\tau &= u_4\\
\frac{du_1}{d\tau} &= \frac{\Phi_1}{M_0} - \frac{u_1}{M_0}\Big(u_1\frac{\partial M_0}{\partial x_1} + u_2\frac{\partial M_0}{\partial x_2} + u_3\frac{\partial M_0}{\partial x_3} + u_4\frac{\partial M_0}{\partial x_4}\Big)\\
\frac{du_2}{d\tau} &= \frac{\Phi_2}{M_0} - \frac{u_2}{M_0}\Big(u_1\frac{\partial M_0}{\partial x_1} + u_2\frac{\partial M_0}{\partial x_2} + u_3\frac{\partial M_0}{\partial x_3} + u_4\frac{\partial M_0}{\partial x_4}\Big)\\
\frac{du_3}{d\tau} &= \frac{\Phi_3}{M_0} - \frac{u_3}{M_0}\Big(u_1\frac{\partial M_0}{\partial x_1} + u_2\frac{\partial M_0}{\partial x_2} + u_3\frac{\partial M_0}{\partial x_3} + u_4\frac{\partial M_0}{\partial x_4}\Big)\\
\frac{du_4}{d\tau} &= \frac{\Phi_4}{M_0} - \frac{u_4}{M_0}\Big(u_1\frac{\partial M_0}{\partial x_1} + u_2\frac{\partial M_0}{\partial x_2} + u_3\frac{\partial M_0}{\partial x_3} + u_4\frac{\partial M_0}{\partial x_4}\Big)
\end{aligned}\right.$$

L'« espace des conditions initiales » associé à ce système différentiel est un espace R_8 à 8 dimensions $(x_\mu,\,u_\mu)$.

Afin d'appliquer le théorème de LIOUVILLE au système précédent, calculons la divergence du vecteur second membre. Il vient :

$$\begin{aligned}
\mathrm{Div}\,S = {}&\frac{\partial}{\partial x_1}(u_1) + \frac{\partial}{\partial x_2}(u_2) + \frac{\partial}{\partial x_3}(u_3) + \frac{\partial}{\partial x_4}(u_4)\\
&+ \frac{\partial}{\partial u_1}\left[\frac{\Phi_1}{M_0} - \frac{u_1}{M_0}\Big(u_1\frac{\partial M_0}{\partial x_1} + u_2\frac{\partial M_0}{\partial x_2} + u_3\frac{\partial M_0}{\partial x_3} + u_4\frac{\partial M_0}{\partial x_4}\Big)\right]\\
&+ \frac{\partial}{\partial u_2}\left[\frac{\Phi_2}{M_0} - \frac{u_2}{M_0}\Big(u_1\frac{\partial M_0}{\partial x_1} + u_2\frac{\partial M_0}{\partial x_2} + u_3\frac{\partial M_0}{\partial x_3} + u_4\frac{\partial M_0}{\partial x_4}\Big)\right]\\
&+ \frac{\partial}{\partial u_3}\left[\frac{\Phi_3}{M_0} - \frac{u_3}{M_0}\Big(u_1\frac{\partial M_0}{\partial x_1} + u_2\frac{\partial M_0}{\partial x_2} + u_3\frac{\partial M_0}{\partial x_3} + u_4\frac{\partial M_0}{\partial x_4}\Big)\right]\\
&+ \frac{\partial}{\partial u_4}\left[\frac{\Phi_4}{M_0} - \frac{u_4}{M_0}\Big(u_1\frac{\partial M_0}{\partial x_1} + u_2\frac{\partial M_0}{\partial x_2} + u_3\frac{\partial M_0}{\partial x_3} + u_4\frac{\partial M_0}{\partial x_4}\Big)\right]
\end{aligned}$$

M_0 et Φ_μ n'étant fonction que des x_ν, et les huit variables x_μ, u_μ étant ici indépendantes, on trouve en explicitant les dérivations,

$$\mathrm{Div}\,S = -\,5\,\frac{d}{d\tau}\,\mathrm{Log}\,|M_0|$$

Appliquons le théorème de LIOUVILLE à l'espace R_8 ; il vient :

$$\frac{d}{d\tau}\,\mathrm{Log}\,J_8 = \mathrm{Div}\,S = -\,5\,\frac{d}{d\tau}\,\mathrm{Log}\,|M_0|$$

en appelant J_8 le jacobien au point $(x_\mu,\,u_\mu)$ de l'espace R_8. En d'autres termes,

$$\boxed{M_0\,\big|J_8\big|^{1/5} = C_1} \quad C_1 = \text{Constante}$$

IV. — CONSÉQUENCE DE L'HYPOTHÈSE [3] DE LA THÉORIE CAUSALE

1. — Comparaison des jacobiens définis dans les espaces R_8 et R_4

La formule de guidage (3) entraîne l'existence d'un champ de vitesses d'univers. En effet :

$$\pi_\mu = M_0\,u_\mu + \frac{e}{c}\,A_\mu = -\,\partial_\mu\,\varphi$$

avec $M_0\ (x_\nu)$, $A_\mu\ (x_\nu)$, $\varphi\ (x_\nu)$. En conséquence, les u_μ ne dépendent que des x_ν ; autrement dit il existe un champ de vitesses $u_\mu = f_\mu\ (x_\nu)$.

a. — En explicitant l'existence de ce champ de vitesses on obtient un système différentiel du premier ordre :

$$\begin{cases} d\,x_1/d\tau = f_1\ (x_1, x_2, x_3, x_4) \\ d\,x_2/d\tau = f_2\ (x_1, x_2, x_3, x_4) \\ d\,x_3/d\tau = f_3\ (x_1, x_2, x_3, x_4) \\ d\,x_4/d\tau = f_4\ (x_1, x_2, x_3, x_4) \end{cases}$$

A ce système différentiel correspond un « espace des conditions initiales » R_4 à 4 dimensions. Appelons J_4 le jacobien correspondant, et appliquons le théorème de LIOUVILLE au système différentiel considéré. Il vient :

$$\frac{d}{d\tau} \operatorname{Log} J_4 = \sum_\mu \frac{\delta f_\mu}{\delta x_\mu}$$

b. — Le système différentiel précédent [*a*] étant vérifié, il en est nécessairement de même pour le système du second ordre qu'on en déduit par dérivation :

$$\begin{cases} \dfrac{d^2x_1}{d\tau^2} = \dfrac{\delta f_1}{\delta x_1}\dfrac{dx_1}{d\tau} + \dfrac{\delta f_1}{\delta x_2}\dfrac{dx_2}{d\tau} + \dfrac{\delta f_1}{\delta x_3}\dfrac{dx_3}{d\tau} + \dfrac{\delta f_1}{\delta x_4}\dfrac{dx_4}{d\tau} \\ \dfrac{d^2x_2}{d\tau^2} = \dfrac{\delta f_2}{\delta x_1}\dfrac{dx_1}{d\tau} + \dfrac{\delta f_2}{\delta x_2}\dfrac{dx_2}{d\tau} + \dfrac{\delta f_2}{\delta x_3}\dfrac{dx_3}{d\tau} + \dfrac{\delta f_2}{\delta x_4}\dfrac{dx_4}{d\tau} \\ \dfrac{d^2x_3}{d\tau^2} = \dfrac{\delta f_3}{\delta x_1}\dfrac{dx_1}{d\tau} + \dfrac{\delta f_3}{\delta x_2}\dfrac{dx_2}{d\tau} + \dfrac{\delta f_3}{\delta x_3}\dfrac{dx_3}{d\tau} + \dfrac{\delta f_3}{\delta x_4}\dfrac{dx_4}{d\tau} \\ \dfrac{d^2x_4}{d\tau^2} = \dfrac{\delta f_4}{\delta x_1}\dfrac{dx_1}{d\tau} + \dfrac{\delta f_4}{\delta x_2}\dfrac{dx_2}{d\tau} + \dfrac{\delta f_4}{\delta x_3}\dfrac{dx_3}{d\tau} + \dfrac{\delta f_4}{\delta x_4}\dfrac{dx_4}{d\tau} \end{cases}$$

Or, ce système du second ordre est équivalent au système suivant, où les $x_\mu\ u_\mu$ sont alors des variables indépendantes :

$$\begin{cases} d\,x_1/d\,\tau = u_1 \\ d\,x_2/d\,\tau = u_2 \\ d\,x_3/d\,\tau = u_3 \\ d\,x_4/d\,\tau = u_4 \\ \dfrac{du_1}{d\tau} = \dfrac{\delta f_1}{\delta x_1}u_1 + \dfrac{\delta f_1}{\delta x_2}u_2 + \dfrac{\delta f_1}{\delta x_3}u_3 + \dfrac{\delta f_1}{\delta x_4}u_4 \\ \dfrac{du_2}{d\tau} = \dfrac{\delta f_2}{\delta x_1}u_1 + \dfrac{\delta f_2}{\delta x_2}u_2 + \dfrac{\delta f_2}{\delta x_3}u_3 + \dfrac{\delta f_2}{\delta x_4}u_4 \\ \dfrac{du_3}{d\tau} = \dfrac{\delta f_3}{\delta x_1}u_1 + \dfrac{\delta f_3}{\delta x_2}u_2 + \dfrac{\delta f_3}{\delta x_3}u_3 + \dfrac{\delta f_3}{\delta x_4}u_4 \\ \dfrac{du_4}{d\tau} = \dfrac{\delta f_4}{\delta x_1}u_1 + \dfrac{\delta f_4}{\delta x_2}u_2 + \dfrac{\delta f_4}{\delta x_3}u_3 + \dfrac{\delta f_4}{\delta x_4}u_4 \end{cases}$$

A ce nouveau système différentiel, appliquons également le théorème de LIOUVILLE, J_8 étant le jacobien qui commande l'évolution des volumes dans R_8 (espace $x_\mu\ u_\mu$)

$$\frac{d}{d\tau} \operatorname{Log} J_8 = \operatorname{Div} S = \frac{\delta}{\delta x_1}(u_1) + \frac{\delta}{\delta x_2}(u_2) + \frac{\delta}{\delta x_3}(u_3) + \frac{\delta}{\delta x_4}(u_4) \cdots$$

$$\cdots + \frac{\delta}{\delta u_1}\left[\frac{\delta f_1}{\delta x_1}u_1 + \frac{\delta f_1}{\delta x_2}u_2 + \frac{\delta f_1}{\delta x_3}u_3 + \frac{\delta f_1}{\delta x_4}u_4\right]$$
$$+ \frac{\delta}{\delta u_2}\left[\frac{\delta f_2}{\delta x_1}u_1 + \frac{\delta f_2}{\delta x_2}u_2 + \frac{\delta f_2}{\delta x_3}u_3 + \frac{\delta f_2}{\delta x_4}u_4\right]$$
$$+ \frac{\delta}{\delta u_3}\left[\frac{\delta f_3}{\delta x_1}u_1 + \frac{\delta f_3}{\delta x_2}u_2 + \frac{\delta f_3}{\delta x_3}u_3 + \frac{\delta f_3}{\delta x_4}u_4\right]$$
$$+ \frac{\delta}{\delta u_4}\left[\frac{\delta f_4}{\delta x_1}u_1 + \frac{\delta f_4}{\delta x_2}u_2 + \frac{\delta f_4}{\delta x_3}u_3 + \frac{\delta f_4}{\delta x_4}u_4\right]$$

Les $x_\mu\ u_\mu$ étant ici indépendants, il reste seulement :

$$\frac{d}{d\tau} \operatorname{Log} J_8 = \sum_\mu \frac{\delta f_\mu}{\delta x_\mu}$$

En comparant les résultats pour J_4 et J_8, on trouve

$$\boxed{J_4 = C_2\, J_8} \qquad C_2 = \text{constante}$$

2. — Comparaison des jacobiens définis dans les espaces R_3 et R_4

Nous avons vu que la formule de guidage [3] entraîne l'existence d'un champ de vitesses d'univers $u_\mu = f_\mu\,(x_\nu)$.

Montrons explicitement qu'elle entraîne aussi l'existence d'un champ de vitesses dans l'espace R_3 à 3 dimensions.

$$u_\mu = \frac{dx_\mu}{d\tau},\ v_i = \frac{dx_i}{dt},\ dt = \gamma d\tau \quad \begin{cases} \mu = 1, 2, 3, 4 \\ i = 1, 2, 3. \end{cases}$$

On en déduit successivement

$$\begin{aligned} &\gamma v_i = u_i \\ &\gamma^2 \sum_i v_i^2 = \sum_i u_i^2 \\ &\gamma^2 \beta^2 = \frac{1}{c^2}\sum_i u_i^2 \\ &\gamma^2 - \frac{1}{c^2}\sum_i u_i^2 = 1 \text{ (puisque } \gamma^2(1-\beta^2) = 1) \\ &u_i = u_i\,(x_\mu) \to \gamma = \gamma(x_\mu) \\ &\gamma\, v_i = u_i \\ &u_i = u_i\,(x_\mu),\ \gamma = \gamma\,(x_\mu) \to v_i = v_i\,(x_\mu) \\ &x_4 = ict \to v_i = v_i\,(x_j, t)\quad j = 1, 2, 3. \end{aligned}$$

Ainsi, il existe dans l'espace à 3 dimensions un champ de vitesses, mais ce champ de vitesses est en général non permanent (le temps t figure explicitement dans l'expression des v_i). Cette circonstance ne nous interdit pas, cependant, d'appliquer le théorème de LIOUVILLE au système différentiel qui exprime l'existence du champ de vitesses $v_i(x_j, t)$.

$$\begin{cases} dx_1/dt = v_1\,(x_1, x_2, x_3, t) \\ dx_2/dt = v_2\,(x_1, x_2, x_3, t) \\ dx_3/dt = v_3\,(x_1, x_2, x_3, t) \end{cases}$$

Il vient $\frac{d}{dt}$ Log $J_3 = \sum_i \frac{\partial v_i}{\partial x_i}$ où J_3 est le jacobien qui commande l'évolution des volumes dans R_3. Ci-dessus, nous avons par ailleurs démontré que

$$\frac{d}{d\tau} \text{Log } J_4 = \sum_\mu \frac{\partial f_\mu}{\partial x_\mu} = \sum_\mu \frac{\partial u_\mu}{\partial x_\mu}$$

Comparons donc les deux divergences, sachant que

$$\begin{cases} x_1 = x_1 \\ x_2 = x_2 \\ x_3 = x_3 \\ x_4 = ict \end{cases} \qquad \begin{cases} u_1 = \gamma v_1 \\ u_2 = \gamma v_2 \\ u_3 = \gamma v_3 \\ u_4 = \gamma ic \end{cases}$$

$$\sum_\mu \frac{\partial u_\mu}{\partial x_\mu} = \frac{\partial(\gamma v_1)}{\partial x_1} + \frac{\partial(\gamma v_2)}{\partial x_2} + \frac{\partial(\gamma v_3)}{\partial x_3} + \frac{\partial(\gamma ic)}{ic\, \partial t}$$

$$\sum_\mu \frac{\partial u_\mu}{\partial x_\mu} = \gamma \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} + \frac{\partial v_3}{\partial x_3}\right) + v_1 \frac{\partial \gamma}{\partial x_1} + v_2 \frac{\partial \gamma}{\partial x_2} + v_3 \frac{\partial \gamma}{\partial x_3} + \frac{\partial \gamma}{\partial t}$$

Or, $\gamma = \gamma(x_\mu)$, c'est-à-dire $\gamma = \gamma(x_i, t)$ d'où

$$\sum_\mu \frac{\partial u_\mu}{\partial x_\mu} = \gamma \sum_i \frac{\partial v_i}{\partial x_i} + \frac{d\gamma}{dt}$$

En réintroduisant les jacobiens J_4 et J_3, il vient :

$$\frac{d}{d\tau} \text{Log } J_4 = \gamma \frac{d}{dt} \text{Log } J_3 + \frac{d\gamma}{dt}$$

avec $dt = \gamma\, d\tau$, d'où :

$$\frac{d}{dt} \text{Log } J_4 = \frac{d}{dt} \text{Log } J_3 + \frac{d}{dt} \text{Log } \gamma$$

$$\boxed{J_4 = C_3\, \gamma\, J_3} \qquad C_3 = \text{constante}$$

3. — Combinaison des deux résultats précédents.

$J_4 = C_2\, J_8$

$J_4 = C_3\, \gamma\, J_3$

Il vient

$$\boxed{\gamma\, J_3 = C_4\, J_8} \qquad C_4 = \text{constante}$$

V. — RAPPEL D'UNE AUTRE CONSÉQUENCE DE LA THÉORIE CAUSALE.

LOUIS DE BROGLIE a démontré (*cf.* Réf. (4) page 114, formule 21) que la *densité* de présence dans R_3 est de la forme

$$\rho = K M_o\, c\, a^2\, u_4$$

avec K = constante, c = vitesse de la lumière, $u_4 = \frac{dx_4}{d\tau} = \gamma\, ic$, M_o masse au repos variable, a module de la fonction d'onde, c'est-à-dire, avec nos notations :

$$\rho = C_5\, M_o\, \gamma\, a^2 \qquad C_5 = \text{constante}$$

Or, c'est le jacobien J_3 qui commande l'évolution des *volumes* dans R_3, c'est-à-dire que :

$$\rho = \frac{\rho'}{J_3} \quad (\rho' = \text{constante positive})$$

d'où :

$$\boxed{J_3\, M_o\, \gamma\, a^2 = C_6} \qquad C_6 = \text{constante}$$

VI. — CONCLUSION.

On sait jusqu'à présent que :

$$M_o \left[J_8\right]^{1/5} = C_1$$
$$\gamma\, J_3 = C_4\, J_8$$
$$J_3\, M_o\, \gamma\, a^2 = C_6$$

On en déduit :

$$a = C_7\, M_o^2 \qquad C_7 = \text{constante}$$

En introduisant une constante $k = \frac{1}{C_7}$, nous retiendrons :

$$\boxed{M = k\, a}$$

L'hypothèse [2] de l'interprétation causale devient donc :

$$\boxed{m_o^2 + \frac{\hbar^2}{c^2} \frac{\Box a}{a} = k\, a}$$

C'est la relation que nous cherchions à établir.

Il s'agit d'une équation aux dérivées partielles qui n'est *pas linéaire* et qui porte uniquement sur le *module* de la fonction d'onde. Il me semble que ces deux circonstances font de l'équation ci-dessus un test crucial de l'interprétation causale de la mécanique ondulatoire. J'ai l'intention, cependant, de ne pas m'étendre dès maintenant sur ce point.

Je remercie MM. Boubakar BA, Francis FER, Paul KESSLER et RAOELINA ANDRIAMBOLOLONA des longues discussions que nous avons eues et des lettres que nous avons échangées à propos du présent article.

Je sais gré à M. Louis de BROGLIE d'avoir bien voulu me faire savoir que l'équation à laquelle je parviens lui semble, à première vue, incompatible avec sa théorie de la double solution. Je dois à la vérité de préciser que M. Francis FER partage sur ce point l'avis M. Louis de BROGLIE.

RÉFÉRENCES

(1) J. LIOUVILLE, *Note sur la théorie de la variation des constantes arbitraires.* Journal de mathématiques pures et appliquées (Journal de Liouville) *3*, 342 (1838).

(2) C.G.J. JACOBI, *Vorlesungen über Dynamik,* Œuvres (complément), REIMER (Berlin) édition 1884, page 92.

(3) H. POINCARÉ, *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste 3,* GAUTHIER - VILLARS (Paris), édition 1899, page 43.

(4) L. de BROGLIE, *Une tentative d'interprétation causale et non linéaire de la mécanique ondulatoire,* GAUTHIER - VILLARS, Paris (1956).

(5) S. GUIASU, *Evolutia densitatii de probabilitate în spatiul fazelor, pentru sistemele mecanice neconservative.* Comptes-rendus de l'Académie des Sciences de Roumanie *12*, 1087 (1962).

(6) J. FRONTEAU, *Le théorème de Liouville et le problème général de la stabilité.* CERN 65-38 (1965).

(7) S. GUIASU, *Sur la mécanique statistique pour les systèmes non-conservatifs.* Rendiconti dell' Accademia Nazionale dei Lincei (Rome) *39*, 447 (1965).

(8) J. FRONTEAU, *L'entropie et la physique moderne.* CERN, rapport interne MPS/Int MU/EP 66-5 (1966).

(9) S. GUIASU, *La mécanique statistique non conservative.* Revue roumaine de mathématiques pures et appliquées XI, *5*, 541 (1966).