

VARIATIONS RÉGULIÈRES DE PHASE DES ÉMISSIONS DE GBR (16,0 kHz) ET GBZ (19,6 kHz) REÇUES A TANANARIVE

PAR

Jean-Marc de COMARMOND et Louis de LAITRE

(Laboratoire de Physique — Observatoire de Tananarive)

RÉSUMÉ

Les mesures des variations de phase faites à Tananarive sur les émissions T.B.F de GBR et GBZ, sont analysées ici. Après une rapide description de l'équipement utilisé pour ces mesures, est évaluée l'importance relative des différents modes dans la propagation de nuit et de jour pour les émissions de GBR et GBZ reçues à Tananarive. La variation de phase durant la journée est reliée à l'ensoleillement du trajet, et une variation linéaire de la phase avec $\text{Log}(1/\cos \chi)$ est mise en évidence. La variation saisonnière sur l'amplitude de variation diurne de phase est très nette avec maximum en juin-juillet, celle-ci ne peut être expliquée uniquement par la variation au cours de l'année de l'ensoleillement maximum du trajet.

ABSTRACT

Regular phase variations on the VLF transmissions GBR-Tananarive and GBZ-Tananarive are analyzed in this paper. After a brief description of the equipment used, the relative importance of different order wave guide modes is evaluated for these transmissions. Phase variation during the day is related to the degree of illumination of the path and, after midday, phase is shown to vary linearly with $\text{Log}(1/\cos \chi)$. The diurnal phase change $\Delta\varphi$ for GBR and GBZ show a strong seasonal variation, with a June-July maximum, that cannot be completely explained by the variation, throughout the year, of the maximum degree of illumination of the path.

INTRODUCTION

Les résultats exposés ici ont été obtenus par les mesures de phase faites à Tananarive sur les transmissions en ondes myria-métriques (T.B.F.) des

émetteurs britanniques GBR et GBZ. Nous ne considérerons que les variations régulières de phase c'est-à-dire que nous n'étudierons pas les anomalies de phase dues aux éruptions solaires.

L'émetteur GBR est situé à Rugby (52° 22' N, 1° 11' O), sa fréquence d'émission est 16,0 kHz. La puissance rayonnée par l'antenne était de 40 KW mais des travaux effectués au cours de l'année 1966 ont permis de porter cette puissance à 60 KW. Le contrôle de la fréquence d'émission est assuré depuis avril 1967 par un étalon de fréquence atomique à vapeur de Rubidium, lui-même périodiquement contrôlé par l'étalon au Césium du National Physical Laboratory; antérieurement à cette date, l'émetteur était piloté par un étalon de fréquence à quartz. Pendant l'année 1966 le fonctionnement de GBR a été interrompu pour permettre d'effectuer des transformations il a alors été remplacé par GBZ situé à Criggion (52° 43' N, 3° 04' O) dont la fréquence était 19,6 kHz et la puissance rayonnée de 10 KW.

Les deux émetteurs étant très voisins, les trajets de propagation GBR - Tananarive et GBZ - Tananarive sont presque identiques. La longueur du trajet de propagation est de 9 100 kilomètres avec 2 900 kilomètres de propagation sur mer et 6 200 kilomètres de propagation sur terre.

I. ÉQUIPEMENT POUR LA MESURE DES VARIATIONS DE PHASE

L'équipement de base de la station de réception est constitué d'un récepteur T.B.F. et d'un étalon de fréquence.

L'antenne de réception est un cadre accordé blindé. Le récepteur dont le schéma de principe est donné *figure 1* permet le contrôle des variations de la phase de l'émission reçue relativement à la phase du signal obtenu à partir de l'étalon de fréquence. L'enregistrement des variations de phase

est fait sur enregistreur potentiométrique, avec 100 μ sec. pour la pleine échelle de l'enregistreur ce qui donne à la lecture une précision de l'ordre de 1 μ sec.

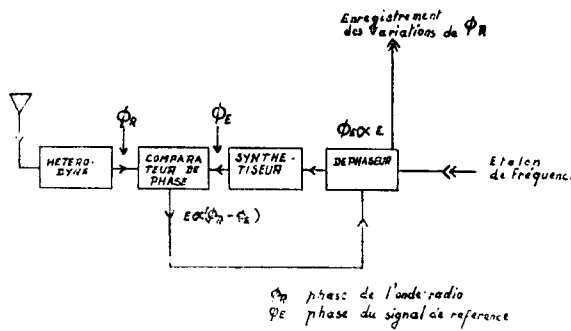


Fig. 1

L'étalon de fréquence utilisé est un étalon atomique à vapeur de Rubidium dont la stabilité à long terme est de 5×10^{-11} par an et la stabilité à court terme de 1×10^{-11} sur 1 seconde. En cas de panne de l'étalon atomique, on utilisera un étalon de fréquence à quartz dont la stabilité à long terme est de 5×10^{-12} par jour.

II. PROPAGATION GUIDE D'ONDES IMPORTANCE DES DIFFÉRENTS MODES

Les ondes T.B.F. se propagent dans le guide d'ondes dont les parois sont la terre et la couche ionosphérique D. La composante horizontale du champ magnétique H, de l'onde radioélectrique est obtenue, d'après la théorie des guides d'ondes, par sommation des contributions des différents modes et peut s'écrire :

$$H = A \sum \Lambda_n \exp(-i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{V_n}{c} d) \cdot \exp(-\alpha_n d) \quad (1)$$

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

où Λ_n est le facteur d'excitation du mode n

v_n est la vitesse de phase du mode n

α_n le facteur d'atténuation du mode n

Les valeurs de α_n et Λ_n ont été calculées par Wait et Spies (1964) pour le guide d'ondes sphérique terre ionosphère. Dans le modèle ionosphérique utilisé par Wait le paramètre de conductivité ω_r varie exponentiellement avec l'altitude en $\exp(-\beta(z-h))$. Les calculs ont été faits pour différentes valeurs de la hauteur de référence h, de β , et de la conductivité du sol σ_t .

Les valeurs de α_n et Λ_n pour les trois premiers modes à 16 kHz et à 20 kHz données dans le tableau 1

sont celles obtenues par Wait et Spies avec $h = 90$ km, $\beta = 0,5$ pour la propagation de nuit et $h = 70$ km, $\beta = 0,3$ pour la propagation de jour. Les valeurs correspondant à la conductivité $\sigma_t = \infty$ seront utilisées pour la propagation sur mer (2200 km). Pour la propagation sur terre, nous utiliserons les valeurs correspondant à $\sigma_t = 5.10^{-3}$ mho/m, c'est en effet la moyenne des conductivités effectives en T.B.F. pour l'Afrique et l'Europe relevées sur les cartes publiées par Morgan (1968).

f (kHz)	h (km)	β	σ_t (mho/m)	α_1 (dB/Mm)	α_2 (dB/Mm)	α_3 (dB/Mm)	$20 \log \Lambda_1$ (dB)	$20 \log \Lambda_2$ (dB)	$20 \log \Lambda_3$ (dB)
16	90	0,5	∞	1,4	4,1	10,0	- 5,3	2,1	1,3
16	90	0,5	5.10^{-3}	1,8	5,4		- 4,2		
16	70	0,3	∞	2,4	10,9		- 0,6	1,7	
16	70	0,3	5.10^{-3}	3,5	12,5				
20	90	0,5	∞	1,7	3,1	7,5	-10,2	2,5	1,7
20	90	0,5	5.10^{-3}	2,0	4,3		- 8,7	2,8	
20	70	0,3	∞	2,5	9,0	13,9	-1,66	2,1	1,0
20	70	0,3	5.10^{-3}	3,6	11,5				

TABLEAU I

Les coefficients d'atténuation et facteurs d'excitation des différents modes nous permettent d'évaluer les niveaux des modes 2 et 3 relativement au mode 1 à la réception de GBR et GBZ à Tananarive donnés dans le tableau II.

	H_2/H_1	H_3/H_1
GBR — Tana, nuit	- 20 dB	< - 78 dB*
GBR — Tana, jour	- 80 dB	
GBZ — Tana, nuit	- 7 dB	< - 50 dB*
GBZ — Tana, jour	- 66 dB	

* Pour le mode 3 valeur obtenue avec α_3 donné par Wait et Spies pour $\sigma_t = \infty$ seulement.

Donc pour GBR de jour comme de nuit, le mode 1 seul est important à la réception à Tananarive, alors que pour GBZ la contribution du mode 2 sera non négligeable durant la nuit.

III. VARIATION DIURNE DE PHASE

La variation de phase sur GBR — Tananarive des 6, 7 et 8 juin 1967 est représentée sur la figure 3 avec en pointillé la variation diurne moyenne obtenue à partir des enregistrements de phase de 14 jours du 6 au 20 juin 1967.

3.1. — VARIATION DIURNE DE PHASE

3.1. — a. - Détermination des levers et couchers de soleil sur la couche D — Ensoleillement du trajet

La détermination des heures de lever et de coucher a été faite aux altitudes de 70 kilomètres et 90 kilomètres pour des valeurs d'angle zénithal du soleil χ respectivement de 98° et de 96° , les rayons solaires étant alors rasants sur la couche d'ozone à 30 kilomètres d'altitude (fig. 2-a). Les calculs ont été faits sur ordinateur avec un programme de l'IER. Ce programme permet aussi de calculer de demi-heure en demi-heure du lever au coucher du soleil l'ensoleillement moyen du trajet représenté par :

$$\overline{\cos \chi} = \frac{1}{d} \int_{\text{trajet}} \cos \chi \, dS \quad (2)$$

où χ est la distance zénithale du soleil
 d la longueur du trajet de propagation.

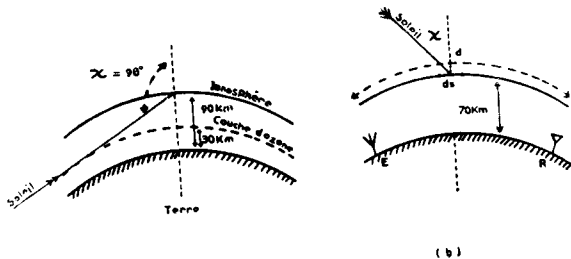


Fig. 2

Sur la figure 3 sont repérées les heures de lever et de coucher de soleil du 6 juin. Le lever de soleil est, à cette date, presque immédiat sur tout le trajet (début à 2 h 40', fin à 3 h 03') seul le début du lever est donc repéré sur la figure (L.S.). Le coucher de soleil sur le trajet débute à 14 h 45' (CS1 : coucher à l'altitude 70 kilomètres au-dessus de Tananarive) et prend fin à 21 h 33' (CS2 : coucher à l'altitude 90 kilomètres au-dessus de GBR). En juin l'ensoleillement moyen du trajet est maximum à 10 heures T.U. où $\cos \chi = 0,93$; le point correspondant de la courbe de phase de la figure 3 est repéré pour chaque jour par une croix.

3.1 — b. - Variation diurne de phase

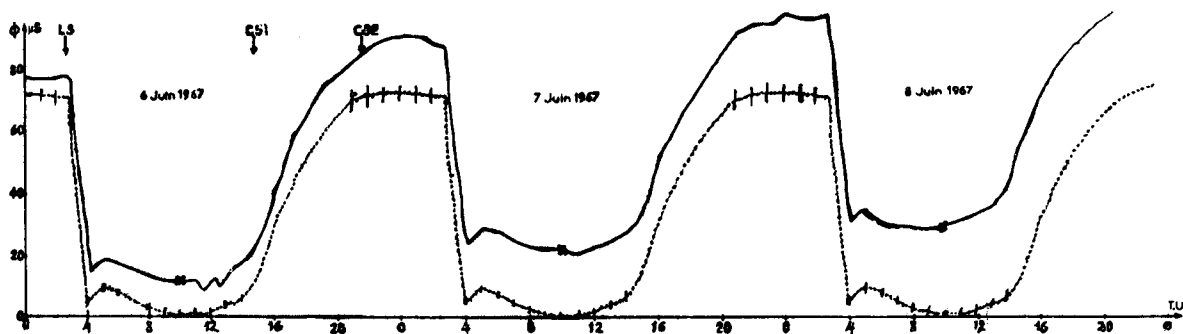
De nuit la vitesse de phase de l'onde est inférieure à la vitesse de phase de jour, pendant le lever de soleil sur le trajet nous aurons donc une avance de phase du signal radio. Nous notons ici que cette avance de phase est régulière ne présente pas la forme en marches d'escalier caractéristique de l'interférence de modes (Crombie 1964) ; alors que sur les enregistrements faits entre septembre et mars, l'effet de la conversion des modes au terminateur et de l'interférence de modes apparaît en fin de lever lorsque le terminateur s'approche de G.B.R.

La variation de phase immédiatement après la fin du lever de soleil avec maximum d'avance de phase à 4 heures T.U. et retard progressif entre 4 heures et 5 h 30' T.U. a été étudiée par Comarmond Sakurazawa et Reder sur ce trajet et sur d'autres, elle serait due à l'ionisation temporaire créée par photo-détachement sur les ions négatifs à la fin de lever de soleil (Hargreaves, 1962).

La courbe de phase durant le jour est fortement incurvée vers le bas avec maximum d'avance de phase au point d'ensoleillement maximum. Nous étudierons plus loin la relation qui existe entre la forme de la courbe de jour et l'ensoleillement moyen du trajet. Le 6 juin, nous avons sur la courbe de phase à 11 h 04' et 12 h 16' des anomalies de phase (S P A) dues à des éruptions solaires, ces anomalies sont de faible amplitude ($3 \mu s$ d'avance de phase). Le décalage de phase des points d'ensoleillement maximum des 6, 7 et 8 juin est dû à l'écart de fréquence entre l'étalon pilotant l'émetteur et celui utilisé à la réception ; pour ces trois jours le décalage journalier est de $9 \mu s$ ce qui correspond à $\Delta f/f = 1.10^{-10}$.

Le retard de phase au coucher de soleil est régulier et il n'y a pas d'effet d'interférence de modes. Après la fin du coucher de soleil sur le trajet, le retard de phase se poursuit jusqu'à ce que la couche réfléchissante ait atteint l'altitude de nuit. L'amplitude de la variation diurne de phase $\Delta \phi$ est la différence entre la valeur maximum de phase durant la nuit et la valeur minimum de phase durant la journée. Cette différence de phase $\Delta \phi$ permet d'évaluer la variation de hauteur de réflexion entre la nuit et le jour.

Fig. 3



3.2. — COURBE MOYENNE DE PHASE

Sur la *figure 3* en pointillé est représentée la courbe moyenne de phase obtenue par ordinateur à partir des valeurs de phase relevée toutes les dix minutes sur la période de 14 jours du 6 au 20 juin 1967. Pour le calcul de cette courbe moyenne la valeur de la phase à l'heure d'ensoleillement maximum du trajet est, pour chaque jour, ramenée à une valeur fixe ce qui élimine la dérive due à un écart de fréquence des étalons pilotant l'émetteur et le récepteur.

Les écarts-types pour chaque heure du jour et de la nuit sont représentés par des traits verticaux sur la courbe moyenne. On remarque qu'ils sont de $1\mu\text{s}$ pour le jour et $3\mu\text{s}$ pour la nuit, donc, en l'absence d'anomalie importante de phase, les fluctuations de phase d'un jour sur l'autre sont faibles.

Les courbes moyennes de phase obtenues pour différentes périodes, au cours d'une année sont représentées sur la *figure 4*.

IV. VARIATION DE PHASE DURANT LA JOURNÉE

Sur des résultats d'expériences de propagation à courbe distance (90 km) à 16 kHz, Bracewell et collaborateurs (1951) donnent la relation entre la hauteur de réflexion h et la distance zénithale solaire χ :

$$h(\chi) = h(0) + H \text{Log} (1/\cos\chi) \quad (3)$$

BRACEWELL et BAIN (1952) interprètent les résultats de mesure de phase faites sur la propagation à des

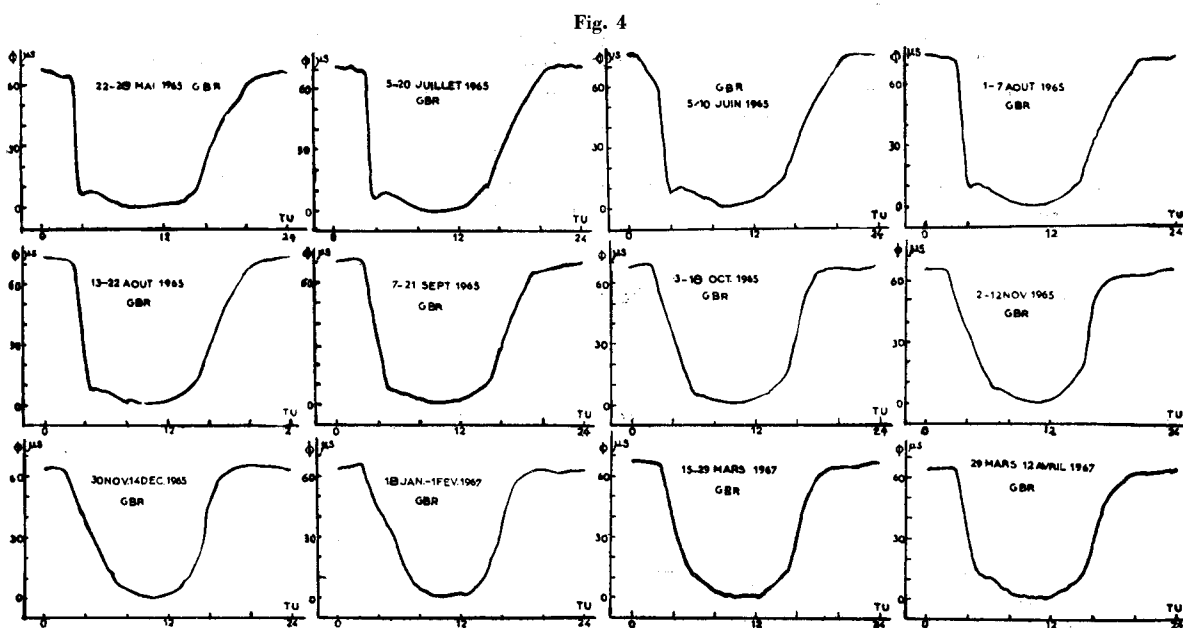
distances de 90 kilomètres et 532 kilomètres à partir de GBR par l'existence dans la région D de 2 couches distinctes. La couche D_α dont la variation d'altitude au cours de la journée obéit à la relation (4), réfléchit l'onde à l'incidence verticale (distance : 90 km). La couche D_β , dont l'altitude est constante au cours de la journée, réfléchit l'onde à l'incidence oblique (distance : 532 km).

SAKURAZAWA et ISHIRI (1963) étudiant les variations de phase de l'émission de NPM (19,8 kHz) reçue à Inubo au Japon sur une distance de 6000 kilomètres n'observent pas de variation de phase avec χ au cours de la journée et utilisent un modèle où la réflexion se fait de jour sur D_β . De même Brady et collaborateurs (1963), rapportant les résultats de mesure de phase faits sur le trajet NBA (18 kHz) — Francfort, notent que la hauteur de réflexion de la journée n'obéit pas à une relation du type de (4).

Les variations de phase sur GBR — Tananarive en fonction de $\text{Log} (1/\cos \chi)$ sont données pour différentes périodes de l'année sur la *figure 5*. Les valeurs de phase sont celles obtenues toutes les demi-heures sur la courbe moyenne de phase de chaque période considérée, la phase correspondant à l'ensoleillement maximum du trajet étant prise comme base, $\delta\varphi = 0$. On note que les points correspondants à l'après-midi (après ensoleillement maximum) sont, pour chaque période de l'année, alignés, ce qui donne pour $\delta\varphi$ la relation linéaire :

$$\delta\varphi = \delta\varphi_0 + A \text{Log} (1/\cos \chi) \quad (4)$$

La pente des droites tracées sur la *figure 5* nous donne pour A des valeurs comprises entre 9 et $15\mu\text{s}$. On peut relier la variation de phase à la variation de hauteur de la couche de réflexion h . Tous les modes d'ordre plus élevé que le mode 1 pouvant être négligés dans la propagation GBR — Tana-



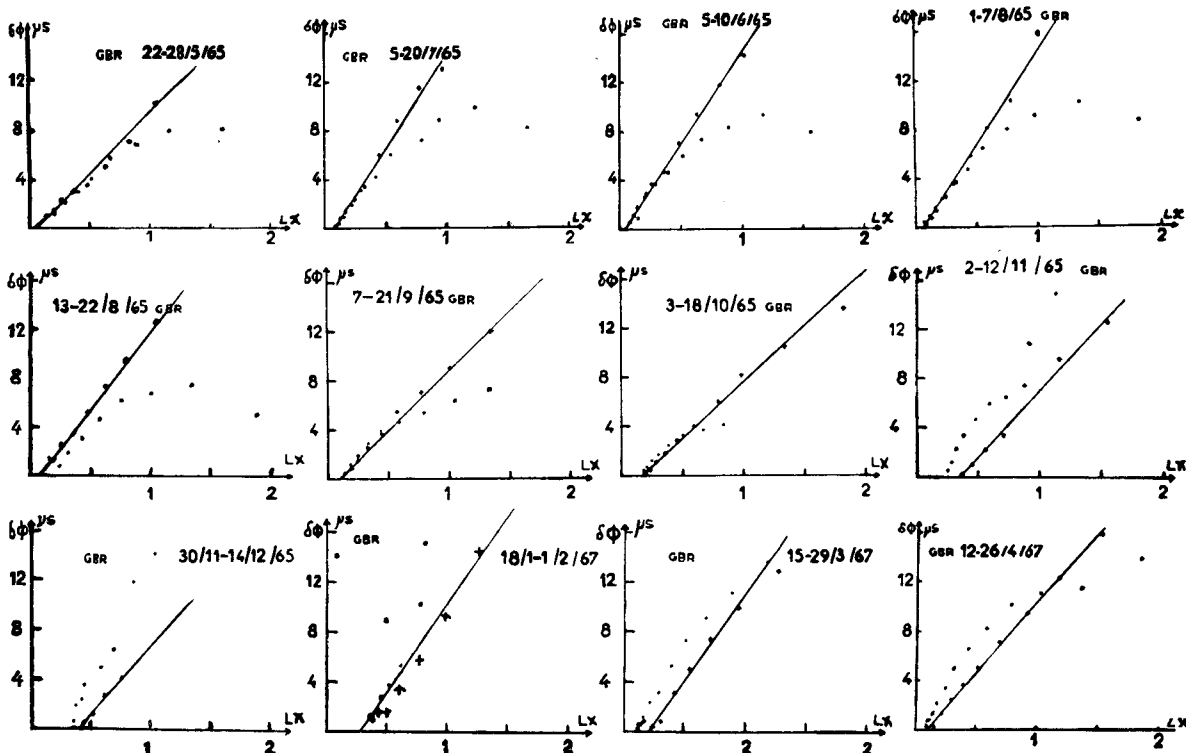


Fig. 5

narive, on utilisera la relation donnée par Wait (1959) :

$$\Delta v \simeq - \left[\frac{h}{2a} + \frac{\lambda^2}{16h^2} \right] \frac{\Delta h}{h}$$

soit :

$$\delta\varphi = 10^6 \frac{d}{c} \left[\frac{h}{2a} + \frac{\lambda^2}{16h^2} \right] \frac{\Delta h}{h} \quad (6)$$

où : $\delta\varphi$, variation de phase, est exprimée en μs ,
 d , distance de propagation, en kilomètre,
 h , hauteur moyenne de la couche, en kilomètre
 a , rayon terrestre = 6400 kilomètre,
 λ , longueur d'onde, en kilomètre,
 c , vitesse de la lumière = 3.10^8 km/s

Nous avons donc pour GBR — Tananarive en prenant $h = 70$ kilomètre :

$$\Delta h \text{ (km)} = 0,23 \delta\varphi(\mu s) \quad (7)$$

La relation, correspondant à (4), est pour la variation de la hauteur de réflexion de la couche ionosphérique :

$$h_x = h_o + B \text{ Log}(1/\cos \chi) \quad (8)$$

Les valeurs du coefficient B obtenues à partir de celles de A, en utilisant la relation (7) sont comprises entre 2 et 3,5 km.

Avant l'ensoleillement maximum du trajet, la phase ne varie pas linéairement avec $\text{Log}(1/\cos \chi)$. Pour les mois de mai, juin, juillet, août et septembre sur la figure 4 les points correspondants au début

de la journée sont situés au-dessous de la droite d'après-midi ; les hauteurs de réflexion sont inférieures à celle de l'après-midi. Ce type d'écart à la loi linéaire en $\text{Log}(1/\cos \chi)$ correspond à l'ionisation temporaire par photo détachement sur les ions négatifs dont les effets sur la courbe de phase ont été remarqués plus haut. En mars, avril et octobre, les points de fin de matinée passent au-dessus de la droite, et, de novembre à février, tous les points de la matinée sont situés au-dessus de la droite donc correspondent à des hauteurs de réflexion supérieures à celle de l'après-midi.

Les résultats obtenus sur GBZ sont identiques, en ce qui concerne la variation de la phase de jour, à ceux de GBR pour les différents mois de l'année. Sur la figure 6 sont représentées les variations de phase de la journée en fonction de $\text{Log}(1/\cos \chi)$ pour GBZ — Tananarive aux mois de juin, août et janvier.

Les écarts à la loi linéaire de variation de phase, en fonction de $\text{Log}(1/\cos \chi)$, sont remarquables et permettent de mettre en évidence un effet saisonnier sur les variations de phase au cours de la journée pour ce trajet de propagation.

V. AMPLITUDE DE LA VARIATION DIURNE DE PHASE

Sur la figure 6 sont représentées les courbes moyennes de phase obtenues sur des périodes de quelques jours pour les différents mois de l'année.

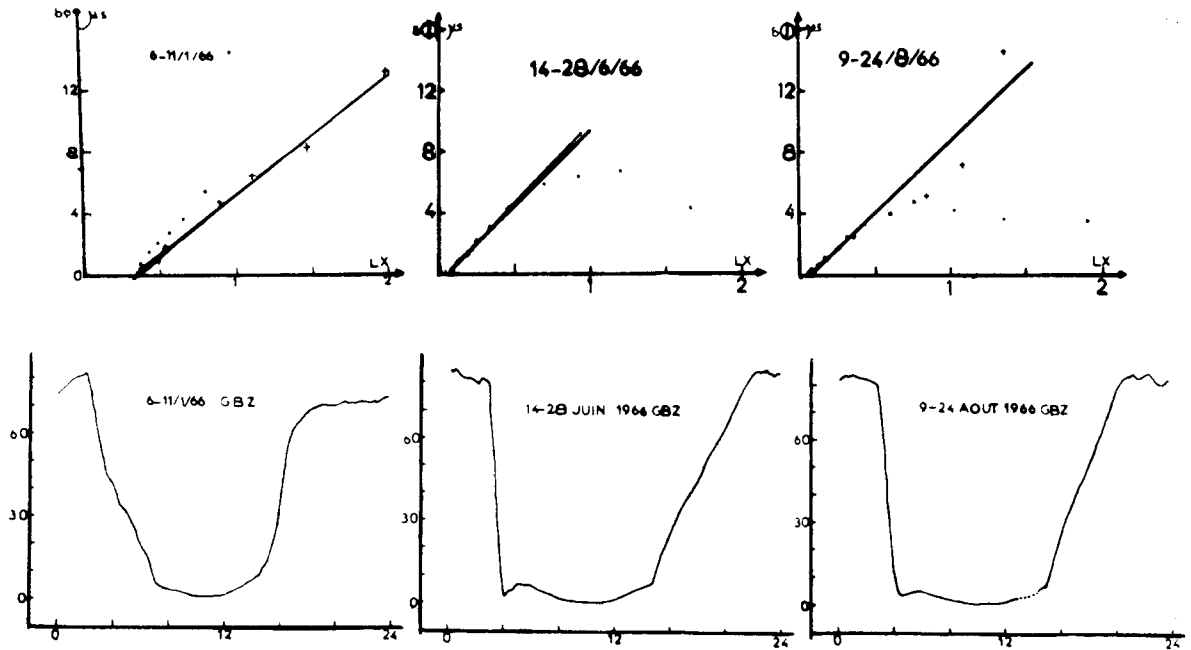


Fig. 6

L'amplitude de variation de phase $\Delta\phi$ varie entre 63 et 75 μs et la moyenne annuelle de $\Delta\phi$ est de 67 μs . La valeur de $\Delta\phi$ permet le calcul de la variation de hauteur ionosphérique entre la nuit et le jour. Comme il a été montré au paragraphe 11, les modes d'ordre supérieur au mode 1 sont négligeables dans la propagation de GBR à Tananarive, de nuit et de jour ; la relation (6) est donc valable et pour $d = 9100 \text{ km}$ et $h = 80 \text{ km}$, on a à 16 kHz :

$$\Delta h(\text{km}) = 0,27 \Delta\phi(\mu\text{s}) \quad (9)$$

Ceci donne pour la variation diurne de hauteur ionosphérique des valeurs comprises entre 17,0 et 20,2 km avec la valeur moyenne $\overline{\Delta h} = 18,1 \text{ km}$. Ces valeurs sont en accord avec celles obtenues à partir de GBR sur d'autres trajets de longueur supérieure à 5000 kilomètres et citées par WESTFALL (1967).

Fig. 7

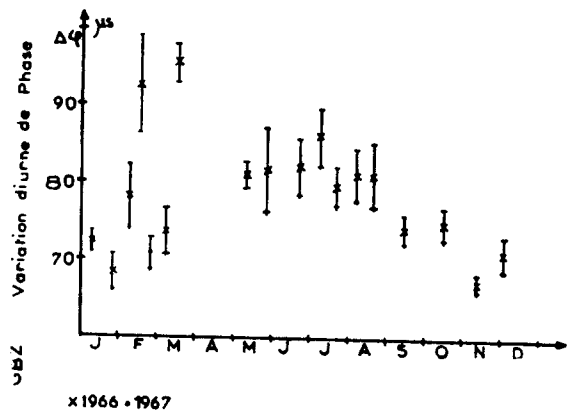
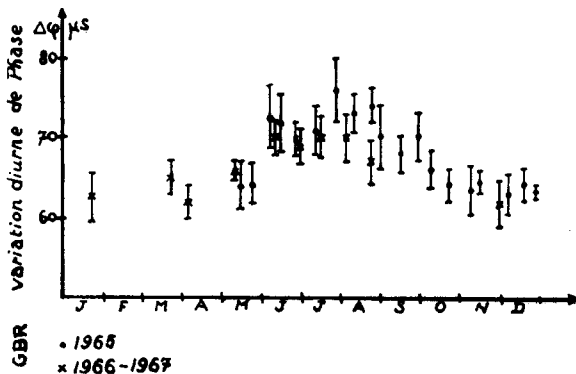


Fig. 8

Les valeurs de $\Delta\phi$ obtenues pour différentes périodes de l'année sont représentées sur la figure 7 ainsi que par des traits verticaux, les écart-types. La variation saisonnière avec un maximum autour de juin-juillet est très nette. Le maximum de $\Delta\phi$ correspond à la période d'ensoleillement maximum du trajet mais $(\overline{\cos \chi})_{\text{max}}$ varie beaucoup moins vite autour de juin-juillet que $\Delta\phi$. Pour juin et décembre $(\overline{\cos \chi})_{\text{max}}$ est égal respectivement à 0,93 et 0,70 donc $\text{Log}(1/\overline{\cos \chi})_{\text{max}}$ est égal à 0,07 et 0,36 ; à partir de la relation (4) et des valeurs de A obtenues au paragraphe II la variation de phase due à la variation de $(\overline{\cos \chi})_{\text{max}}$ serait comprise entre 3 et 5 μs ce qui ne suffit pas pour rendre compte de la variation saisonnière de $\Delta\phi$.

Pour GBZ, les valeurs de $\Delta\phi$ obtenues au cours de l'année 1966 sont représentées sur la figure 8

ainsi que les écarts-types. On retrouve un maximum centré sur juin pour $\Delta\varphi$ mais ce maximum est beaucoup plus plat que dans le cas de GBR. Il faut noter que la valeur moyenne de $\Delta\varphi$ est pour GBZ de 75 μ s ce qui correspond à une variation diurne de hauteur ionosphérique $\overline{\Delta h}$ de 23,4 km ; cette valeur de $\overline{\Delta h}$ est nettement plus élevée que celle obtenue pour GBR. De plus, les fluctuations sur $\Delta\varphi$ d'un jour à l'autre sont nettement plus fortes que pour GBR (voir écarts sur *figure 7* et *8*) ; ceci est dû à de grandes fluctuations de la phase de nuit observées sur GBZ — Tananarive, mettant en évidence la présence du mode 2 de nuit interférant avec le mode 1.

CONCLUSION

Les résultats de mesures de phase sur GBR — Tananarive et GBZ — Tananarive, exposés ici ont permis de mettre en évidence pour la variation de phase durant la journée une loi linéaire en $\text{Log}(1/\cos \chi)$. Pendant les matinées, la variation de phase ne suit plus cette loi et la façon dont elle s'en écarte est variable au cours de l'année ; ceci devrait permettre avec des résultats obtenus sur d'autres trajets de propagation d'analyser des effets saisonniers sur l'ionisation de la région D. L'écart entre la hauteur de réflexion de nuit et celle de jour, est maximum lorsque l'ensoleillement du trajet est maximum entre juin et juillet mais la variation d'ensoleillement ne suffit pas à expliquer l'amplitude de cette variation saisonnière.

Nous remercions l'Institute for Exploratory Research (USAEL) pour avoir mis à notre disposition depuis 1965 l'équipement utilisé pour ces

mesures et plus particulièrement F.H. Reder senior Scientist à l'I.E.R. pour l'aide et les conseils qu'il nous a apportés dans le cadre des études INT-VLF.

BIBLIOGRAPHIE

- BRACEWELL (R.N.), BUOPEN (K.G.), RATCLIFFE (J.A.), STRAKER (T.W.) et WEEKES (K.). — *The ionospheric propagation of low — and very — low frequency radio waves over distances less than 1000 km.* Proc. Inst. Elect. Engrs. Part. III, vol. 98, 221 (1951).
- BRACEWELL (R.N.) et BAIN (W.C.). — *An explanation of radio propagation at 16 Kc/sec in terms of two layers below E layer.* « J. Atm. Terr. Phys », vol. 2, pp. 216-225 (1952).
- BRADY (A.H.), MURPHY (A.C.) et CROMBIE (D.D.). — *The normal phase variations of the 18 Kc/s signals from NBA observed at Frankfurt, Germany.* Nat. Bur of Stand. Tech. Note n° 206-1 (1963).
- COMARMOND (J.M. de), SAKURAZAWA (A.) et REDER (F.H.). — *Effect of sunrise layer on the phase of long distance transmissions.* Communication à U.S. V.L.F. Group Meeting Madison University (1967), publication en préparation.
- CROMBIE (D.D.). — *Periodic fading of V.L.F. signals received over long paths at sunrise and sunset* « Radio Science Jour. Res. NBS », vol. 68D n° 1 pp. 27-34 (1964).
- HARGREAVES (J.K.). — *The behaviour of the lower ionosphere near sunrise.* J. Atm. Terr. Phys. vol. 24, pp. 1-7 (1962).
- MORGAN (R.R.). — *Worldwide V.L.F. effective conductivity map.* Westinghouse Corp. Report (1968).
- SAKURAZAWA (A.) et ISHII (T.). — *Diurnal phase variations of VLF radio waves over a great distance.* « J. Rad. Res. Lab. (Tokyo) », vol. 10, n° 52, pp. 461-473 (1963).
- WAIT (J.R.). — *Diurnal change of ionospheric reflection heights deduced from phase velocity measurements at VLF.* « Proc. Inst. Rad. Engrs », vol. 29, p. 998 (1959).
- WAIT (J.R.) et SPIES (K.P.). — *Characteristics of the earth ionosphere wave guide for VLF radio waves.* « Nat. Bur. Stand. Tech. Note, » n° 300 (1964).
- WESTFALL (W.D.). — *Diurnal changes of phase and group velocity of VLF radio waves.* « Radio Science », vol. 2, n° 1, pp. 119-125 (1967).